

Univerza v Ljubljani
Institut "Jožef Stefan", Ljubljana, Slovenija

IJS Delovno poročilo
DP-6782

NASTAVITVE PARAMETROV PID REGULATORJEV ZA PROCESE 2. REDA

Damir Vrančič
Janko Petrovčič
Đani Juričič

Ljubljana, 1993

KAZALO

POVZETEK.....	2
1. UVOD.....	3
2. OSNOVNE ZNAČILNOSTI PROCESA 2. REDA	4
3. NAČRTOVANJE PID REGULATORJEV ZA PROCES 2. REDA.....	10
3.1 Načrtovanje PID in β PIDy regulatorjev za sledilno delovanje	12
3.1.1. Izračun PID parametrov	12
3.1.2. Izračun β PIDy parametrov	19
3.2 Načrtovanje PID in β PIDy regulatorjev za regulacijsko delovanje	28
3.3 Kontrola prevzpona β PIDy regulatorja nastavljenega na regulacijsko delovanje	41
ZAKLJUČEK	46
LITERATURA.....	47

POVZETEK

V poročilu so podana nastavitvena pravila za določanje konstant PID regulatorjev za procese 2. reda. Obravnavana sta dva tipa regulatorjev:

- šolski primer regulatorja (PID)
- splošni industrijski regulator (β PIDy)

in trije regulacijski cilji:

- regulacijsko delovanje
- sledilno delovanje
- regulacijsko in sledilno delovanje

Za oba tipa regulatorjev in za naštetе regulacijske cilje, so podana nastavitvena pravila za določanje proporcionalnega ojačenja, integracijske časovne konstante, diferencialne časovne konstante, časovne konstante filtra, kot tudi faktorja β in e_{lim} (pri β PIDy regulatorju). Pri vsakem od nastavitvenih pravil so podane tudi omejitve pri načrtovanju, kot tudi zgled izračuna parametrov regulatorja.

1. UVOD

PID regulatorju, katerega želimo vstaviti v sistem, da krmili določen proces, moramo podati *parametre*, kot so proporcionalno ojačenje (K_p), integracijska časovna konstanta (T_i), diferencialna časovna konstanta (T_d), časovna konstanta filtra (T_f), itd. Našteti parametri so močno odvisni od *procesa*, katerega želimo voditi in pa izbranih *regulacijskih ciljev*. Pod regulacijskimi cilji ponavadi mislimo na dve vrsti delovanja regulatorja: *regulacijsko* delovanje in *sledilno* delovanje regulatorja.

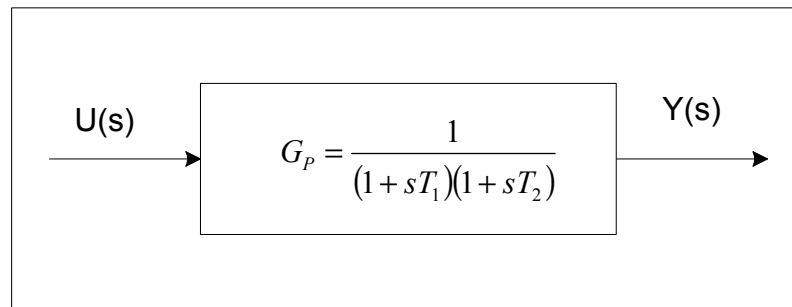
Pri nastavljanju parametrov regulatorja pogosto uporabljamo Ziegler-Nicholsova, Cohen-Coonova ali Opeltova *nastavitvena pravila*. Vendar imajo našteta pravila vsaj dve pomanjkljivosti: podajajo nastavitve samo za regulacijsko delovanje PID regulatorja ter niso univerzalna v smislu, da veljajo za vse možne procese.

Veliko procesov v industriji je enostavnih in nižjega reda, ter jih lahko opišemo kot procese *2. reda*. Za tovrstne procese pa je možno *analitično* določiti parametre PID regulatorja tako za regulacijsko, kot tudi za sledilno delovanje. Hkrati je mogoče podati tudi določene omejitve, kot so npr. proporcionalno ojačenje, prevzpon na izhodu iz procesa (σ) pri sledilnem delovanju ali pa hitrost upadanja (δ) pri regulacijskem delovanju regulatorja (decay ratio v tuji literaturi).

Prednost posebnih nastavitvenih pravil za procese *2. reda* je v njihovi veljavnosti za vse procese *2. reda* in nižjih redov, slabost pa v tem, da ne veljajo za procese višjih redov.

2. OSNOVNE ZNAČILNOSTI PROCESA 2. REDA

Proces 2. reda prikazuje slika 2.1.



Slika 2.1 : Proces 2. reda

Pri stopničastem vhodnem signalu v proces ($U(s)=1/s$) in *realnih* T_1 in T_2 , dobimo naslednji časovni odziv na izhodu iz procesa :

$$y(t) = 1 + \frac{1}{T_1 - T_2} \left[T_2 e^{-\frac{t}{T_2}} - T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} \right] \quad (2.1)$$

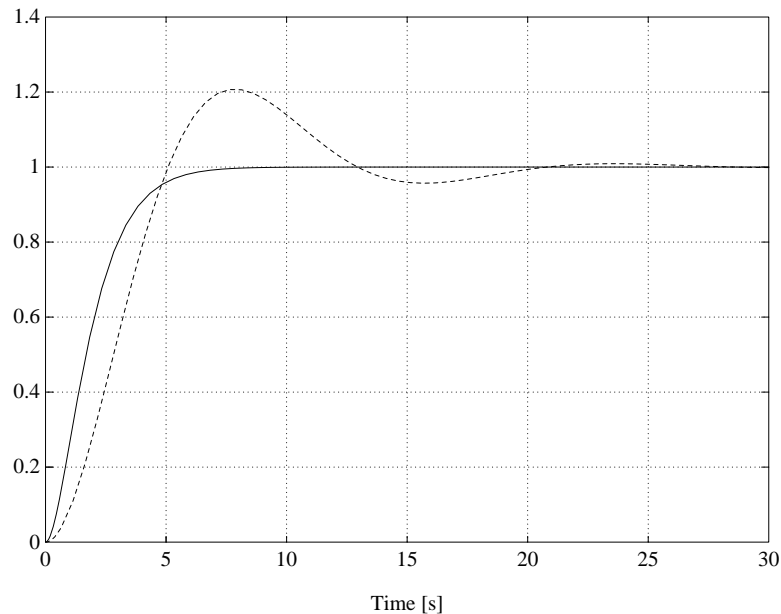
Pri imaginarnih (konjugirano kompleksnih parih) T_1 in T_2 pa je časovni odziv na izhodu iz procesa naslednji :

$$y(t) = 1 - e^{-ct} \left(\frac{c}{\omega_1} \sin \omega_1 t + \cos \omega_1 t \right) \quad (2.2)$$

Pri tem pomenijo oznake :

$$\begin{aligned} T_1 &= \alpha + j\beta = T e^{j\varphi} \\ T_2 &= \alpha - j\beta = T e^{-j\varphi} \\ c &= \frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{\cos \varphi}{T} \\ \omega_1 &= \frac{\beta}{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{\sin \varphi}{T} \end{aligned}$$

Slika 2.2 prikazuje primer odzivov dveh procesov na stopničasti vhodni signal. Prvi odziv je odziv procesa z realnima T_1 in T_2 (ni prenehaja), drugi odziv pa prikazuje odziv procesa s kompleksnima T_1 in T_2 .



Slika 2.2 : Odziva na izhodu procesa 2. reda pri stopničasti vhodni napetosti;

— ($T_1=T_2=1$), --- ($T_1=1+j2$, $T_2=1-j2$).

Prvi parameter, ki smo ga izračunali je bil čas, ki je potreben, da doseže izhod iz procesa, pri stopničastem vhodnem signalu, prvič vrednost enako vrednosti v stacionarnem stanju ($y(T_a)=y(\infty)$). To se dogaja le pri procesih s kompleksnima T_1 in T_2 (prenehaja). Čas T_a je predstavljen na sliki 2.3, podajata pa ga enačba 2.3 in slika 2.4.

$$T_a = \frac{T}{\sin \varphi} (\pi - \varphi) \quad (2.3)$$

Iz enačbe 2.3 lahko izračunamo, da znaša minimalna vrednost časa T_a :

$$T_{a_{\min}} = T \frac{\pi}{2},$$

kar nastopi pri popolnoma imaginarnih T_1 in T_2 . Sam proces je takrat mejno stabilen. Pri realnih T_1 in T_2 ($\varphi=0$) sploh ne pride do prenehaja. V tem primeru je vrednost T_a neskončna.

Pri opisu procesa 2. reda je koristno poznati tudi dvižni čas in čas zakasnitve. To nam utegne priti prav pri uporabi Ziegler-Nicholsovih nastavitvenih pravil (ZN). Za realna T_1 in T_2 sta dvižni čas ter čas zakasnitve naslednja :

$$T_r = T_1 a \sqrt{a}$$

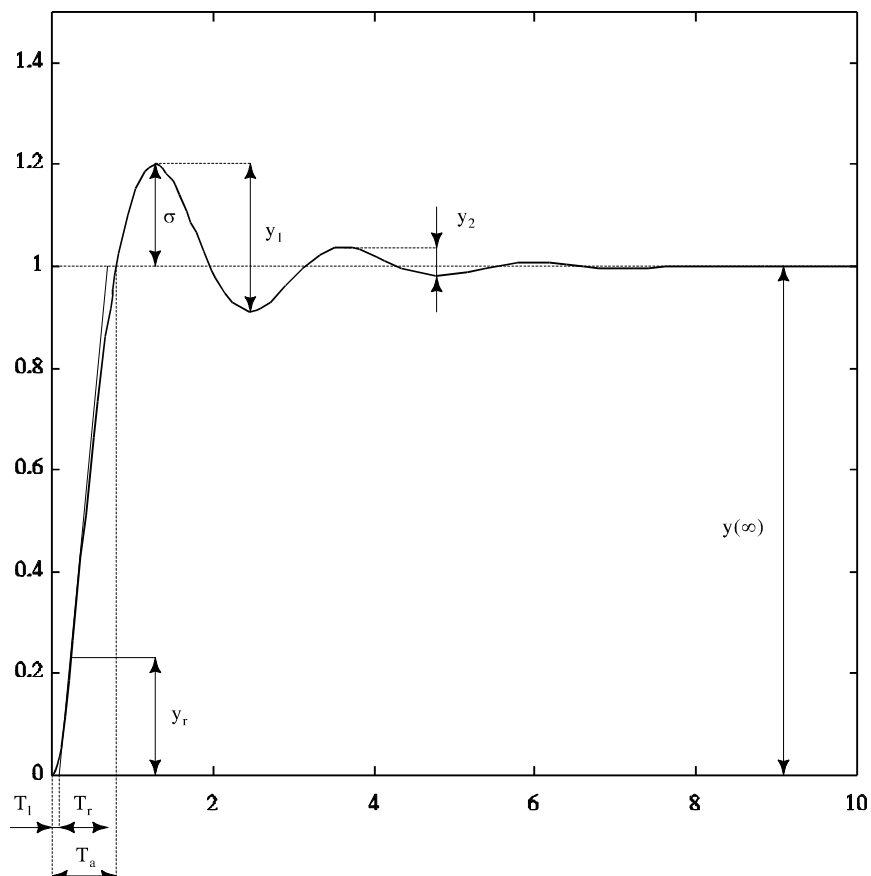
$$T_l = T_2 a \left(\frac{\ln(a)}{a-1} + \frac{a+1}{a} - a \sqrt{a} \right), \quad (2.4)$$

kjer pomeni

$$a = \frac{T_1}{T_2}$$

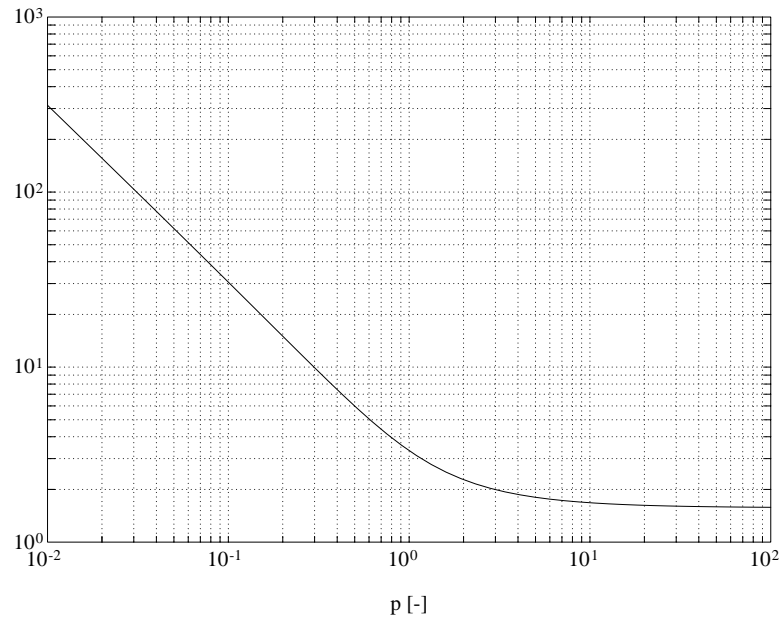
Pri vseh nadaljnjih izvajanjih privzemimo, da velja za realna T_1 in T_2 naslednja relacija:

$$T_1 \geq T_2 \Leftrightarrow a \geq 1 \quad (2.5)$$

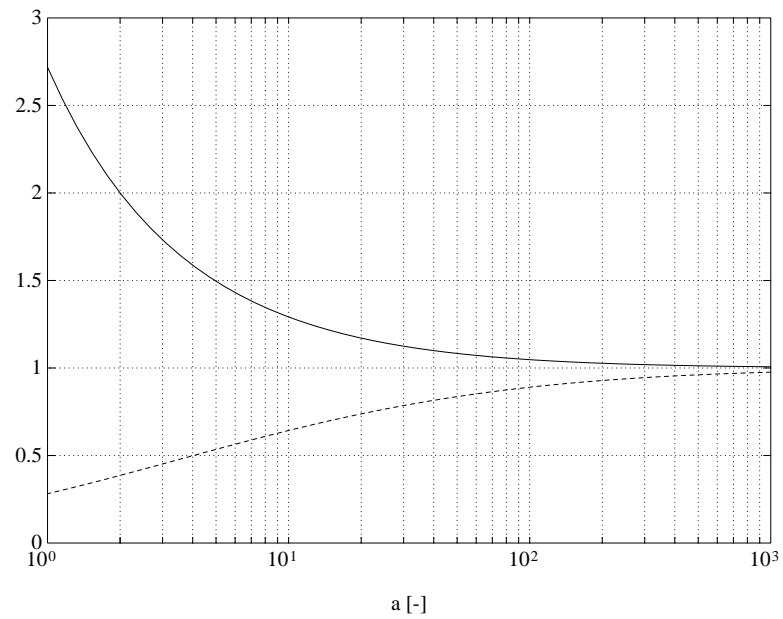


Slika 2.3 : Predstavitve časov T_a , časa zakasnitve T_l , časa vzpona T_r , prevzpona σ in amplitude izhodnega signala v prevojni točki y_r .

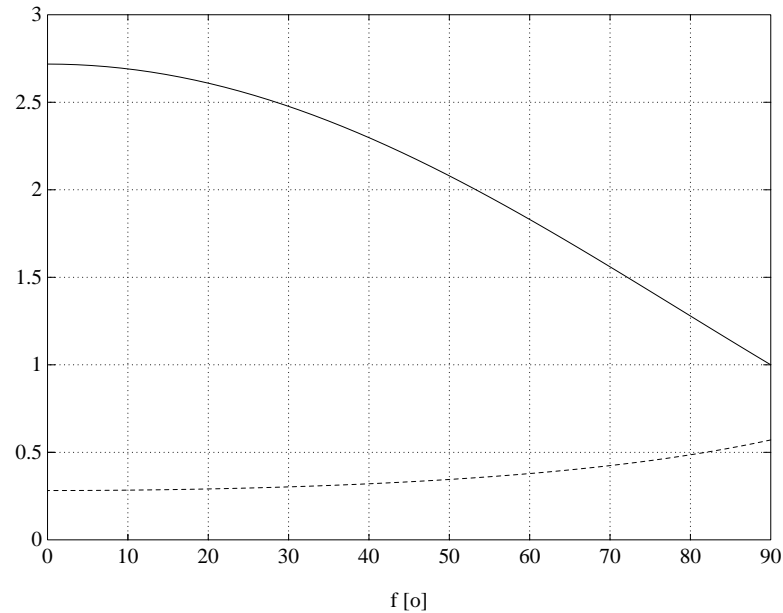
Iz enačbe 2.4 je razvidno, da obstaja zveza med dvižnim časom in časovno konstanto procesa T_1 ter med časom zakasnitve in časovno konstanto T_2 . Nazornejši prikaz podaja slika 2.5.



Slika 2.4 : Čas T_a v odvisnosti od $p = \tan(\phi)$, pri $T = 1$ s.



Slika 2.5 : Razmerje med dvižnim časom (T_r) in dominantno časovno konstanto procesa (T_1) ter med časom zakasnitve (T_d) in časovno konstanto T_2 pri realnih T_1 in T_2 .



Slika 2.6 : Abscisa = ϕ [°]; $_ T_r/T_1$, $-- T_d/T_2$ (kompleksna T_1 in T_2).

Definirajmo še dvižni in čas zakasnitve za kompleksna T_1 in T_2 :

$$T_r = T e^{i\varphi} \quad (2.6)$$

$$T_l = T \left(\frac{\varphi}{\sin \varphi} + 2 \cos \varphi - e^{i\varphi} \right)$$

Nazornejši prikaz podaja slika 2.6. Opazimo, da je potek T_r/T podoben kot na sliki 2.5 (ima enako območje), razliki pa sta opazni pri T_l/T , ki se ne spreminja tako, kot T_l/T_2 .

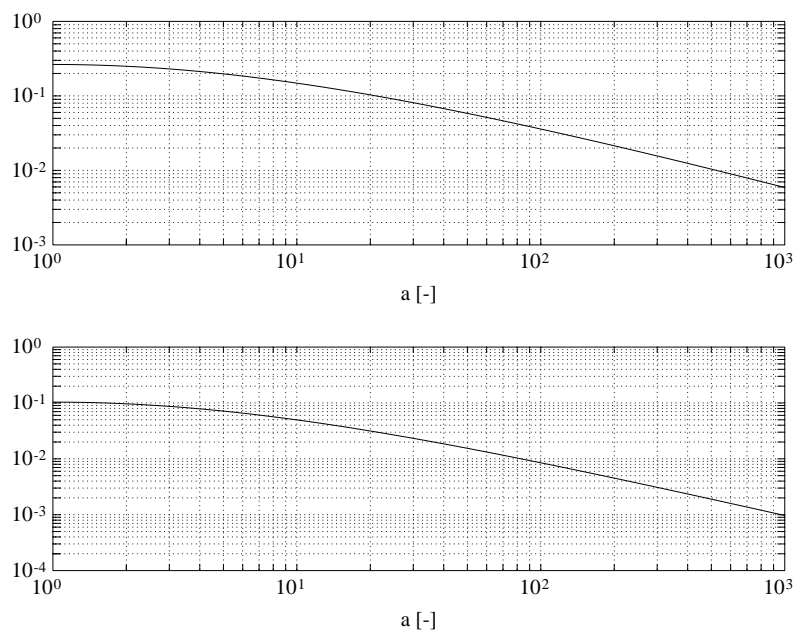
Naslednja informacija o sistemu je položaj prevojne točke (y_r), ki ga opisuje enačba 2.7. Na sliki 2.7 (zgoraj) je prikazana odvisnost prevojne točke od razmerja $a=T_1/T_2$.

$$\frac{y_r}{y(\infty)} = 1 - \frac{a+1}{a^{a-1}} \quad (2.7)$$

V literaturi [1,2] zasledimo tudi razmerje med časom zakasnitve in dvižnim časom. Podatek je pomemben kot pokazatelj upravičenosti uporabe ZN nastavitvenih pravil. Pri sistemu 2. reda znaša največja vrednost razmerja :

$$K_p = 1.2 \frac{T_r}{T_l} \quad (2.8)$$

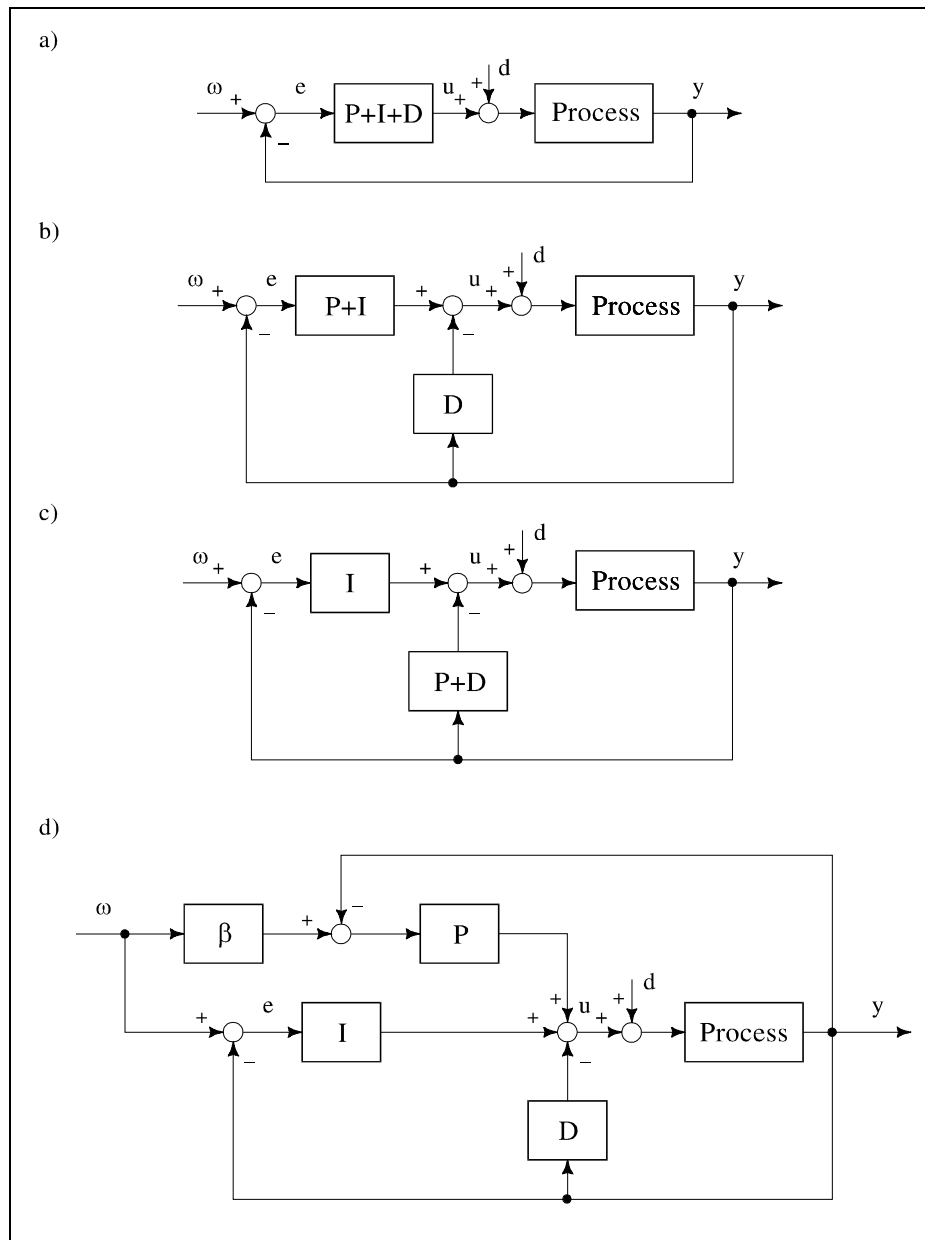
Odvisnost razmerja T_l/T_r od količnika a pa je prikazana na sliki 2.7 (spodaj).



Slika 2.7 : Zgoraj - razmerje $y_r/y(\infty)$; Spodaj - razmerje T_l/T_r .

3. NAČRTOVANJE PID REGULATORJEV ZA PROCES 2. REDA

Pri načrtovanju regulatorja za proces 2. reda lahko izbiramo med dvema različnimi cilji. Prvi je ta, da dosežemo ustrezen odziv procesa na spremembo referenčnega signala (*sledilno delovanje*), drugi pa je ustrezen odziv procesa ob pojavu motnje (*regulacijsko delovanje*). Slika 3.1 prikazuje različne vrste vezav regulatorjev na reguliran proces [2].



Slika 3.1 : Različne vrste vezav regulatorja na proces - a) PID, b) PIDy, c) PDy, d) β PIDy

Pri tem pomenijo oznake P - proporcionalni člen, I - integracijski člen in D - diferencialni člen PID regulatorja :

$$P = K_p$$

$$I = \frac{K_p}{sT_i}$$

$$D = \frac{K_p s T_d}{1 + T_f}$$

Pod točko a je prikazan idealni PID regulator (v nadaljnjem besedilu *PID*). To je šolski primer PID regulatorja in je v industriji zaradi visoke občutljivosti na šumne signale, kot tudi zaradi visokih vrednosti regulacijske veličine ob stopničasti spremembi signala reference (ω), redko uporabljan. Bolj praktična primera regulatorjev sta prikazana pod točkama b in c.

Pod točko b je prikazana vezava, kjer je diferencialni člen regulatorja vezan samo na izhod iz procesa (y). Zato smo to vezavo v nadaljnjem besedilu označili kot *PIDy* regulator. Ob stopničasti spremembi signala reference oz. ob šumu na izhodu iz procesa sedaj izgubimo prispevek D člena, ki je v takih primerih najbolj izrazit. Takšne vrste regulator (PIDy) je v industriji najpogosteje uporabljan.

Pod točko c imamo izvedbo regulatorja, kjer je samo integracijski člen vezan na signal pogreška. V nadaljnjem besedilu poimenujmo to vezavo *PDy*. Regulacijski signal je sedaj ob šumu na izhodu iz procesa in ob stopničasti spremembi signala reference sicer najmanjši, vendar je tudi odziv procesa ob tovrstnem regulatorju najpočasnejši.

Kompromis predstavlja vezava pod točko d, kjer pri faktorju $\beta=1$ dobimo PIDy regulator, pri faktorju $\beta=0$ pa PDy regulator. To vezavo označimo z imenom β PIDy. V praksi se uporabljajo vrednosti faktorja β med 0 in 1, namen pa je predvsem zmanjšanje prevzpona ob stopničasti spremembi signala reference.

V nadaljnji analizi smo se odločili za dva regulatorja : PID in β PIDy.

3.1 Načrtovanje PID in β PIDy regulatorjev za sledilno delovanje

Tu smo skušali nastaviti parametre regulatorjev tako, da dobimo ob stopničastem referenčnem signalu želen odziv na izhodu iz procesa. Pri tem sta bila kriterija želena prenosna funkcija od reference do izhoda iz procesa ali pa proporcionalno ojačenje (K_p) regulatorjev in prevzpon na izhodu iz procesa (σ).

3.1.1. Izračun PID parametrov

PID regulator prikazuje slika 3.1 na strani 10. Prenosna funkcija PID regulatorja je:

$$G_R = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1 + sT_f} \right) \quad (3.1)$$

Pri tem pomeni K_p proporcionalno ojačenje, T_i integracijsko časovno konstanto, T_d diferencialno časovno konstanto, T_f pa časovno konstanto filtra PID regulatorja. Da bi čim lažje vplivali na obliko izhodnega signala procesa, smo za *zaprtozančno prenosno funkcijo* med signalom reference in izhodom iz procesa izbrali :

$$G_C = \frac{Y(s)}{\Omega(s)} = \frac{1}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)} \quad (3.2)$$

Za proces opisan na sliki 2.1 na strani **Error! Bookmark not defined.**, ter enačbami 3.1 in 3.2, smo izračunali naslednje parametre PID regulatorja :

$$K_p = \frac{(T_1 + T_2)(\tau_1 + \tau_2) - \tau_1\tau_2}{(\tau_1 + \tau_2)^2} = \frac{T_1T_2T_f}{\tau_1\tau_2(T_d + T_f)} \quad (3.3)$$

$$T_i = T_1 + T_2 - \frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = K_p(\tau_1 + \tau_2) \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} T_d &= \frac{\tau_1^2\tau_2^2 + T_1T_2(\tau_1 + \tau_2)^2 - \tau_1\tau_2(T_1 + T_2)(\tau_1 + \tau_2)}{(T_1 + T_2)(\tau_1 + \tau_2)^2 - \tau_1\tau_2(\tau_1 + \tau_2)} = \\ &= \frac{T_1T_2 - K_p\tau_1\tau_2}{K_p(\tau_1 + \tau_2)} \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$T_f = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \quad (3.6)$$

Pri nastavitvenih pravilih prikazanih v enačbah 3.3 do 3.6 je potrebno samo izbrati časovni konstanti zaprtozančnega sistema (τ_1 in τ_2). Vendar nam konstanti ne kažejo tudi časovnega odziva sistema. Pri napačni izbiri konstant τ_1 in τ_2 lahko dobimo precej nesmiselne rezultate parametrov regulatorja, zato smo se odločili za izbiro dveh bolj običajnih konstant, kot sta *proporcionalno ojačenje* (K_p) in *želen prevzpon* na izhodu iz procesa (σ). Na osnovi slednjih dveh izbranih parametrov izračunamo $\tau_1 + \tau_2$ in $\tau_1 \tau_2$:

$$\tau_1 + \tau_2 = \frac{4(T_1 + T_2) \ln^2 \sigma}{\pi^2 + \ln^2 \sigma (1 + 4K_p)} \quad (3.7)$$

$$\tau_1 \tau_2 = (\tau_1 + \tau_2) (T_1 + T_2 - K_p (\tau_1 + \tau_2)) \quad (3.8)$$

Le-te uporabimo za izračun preostalih parametrov (T_i , T_d in T_f) PID regulatorja z enačbami 3.4 do 3.6. V enačbi 3.5 lahko opazimo, da lahko postane T_d pri določenih τ_1 in τ_2 celo negativna. Za uporaben rezultat ($T_d \geq 0$) imamo sedaj naslednjo omejitev:

$$K_p \geq \frac{T_1}{4T_2} \frac{\pi^2 + \ln^2 \sigma}{\ln^2 \sigma} = K_{p1} \quad (3.9)$$

$$K_p \leq \frac{T_2}{4T_1} \frac{\pi^2 + \ln^2 \sigma}{\ln^2 \sigma} = K_{p2} \quad (3.10)$$

Za praktično nastavitvev PID parametrov za sledilno delovanje regulatorja tako uporabimo naslednja *nastavitvena pravila*:

a. Določimo K_p

b. Izračunamo konstanti K_{p10} in K_{p20} :

$$K_{p10} = \frac{T_1}{4T_2} \quad (3.11)$$

$$K_{p20} = \frac{T_2}{4T_1} \quad (3.12)$$

c. Če je izbran K_p večji od K_{p10} , mora želeni prevzpon ustrezati neenačbi:

$$\sigma \leq e^{-\pi \sqrt{\frac{K_{p10}}{K_p - K_{p10}}}} \quad (3.13)$$

V primeru, če je izbran K_p manjši od K_{p10} , pa določimo želeni prevzpon z naslednjo neenačbo:

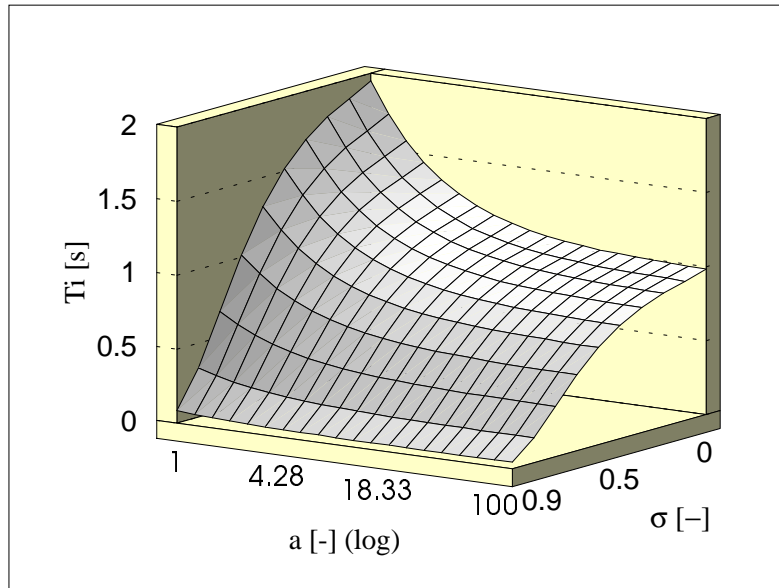
$$\sigma \geq e^{-\pi \sqrt{\frac{K_{p20}}{K_p - K_{p20}}}} \quad (3.14)$$

- d. Z določenim K_p in prevzponom σ , izračunamo vrednosti $\tau_1 + \tau_2$ in $\tau_1 \tau_2$ s pomočjo enačb 3.7 in 3.8. Preostale parametre PID regulatorja (T_i , T_d in T_f) izračunamo s pomočjo enačb 3.4, 3.5 in 3.6. V vseh neenačbah dobimo pri postavitvi enačaja $T_d=0$, tako dobimo iz PID regulatorja PI regulator.

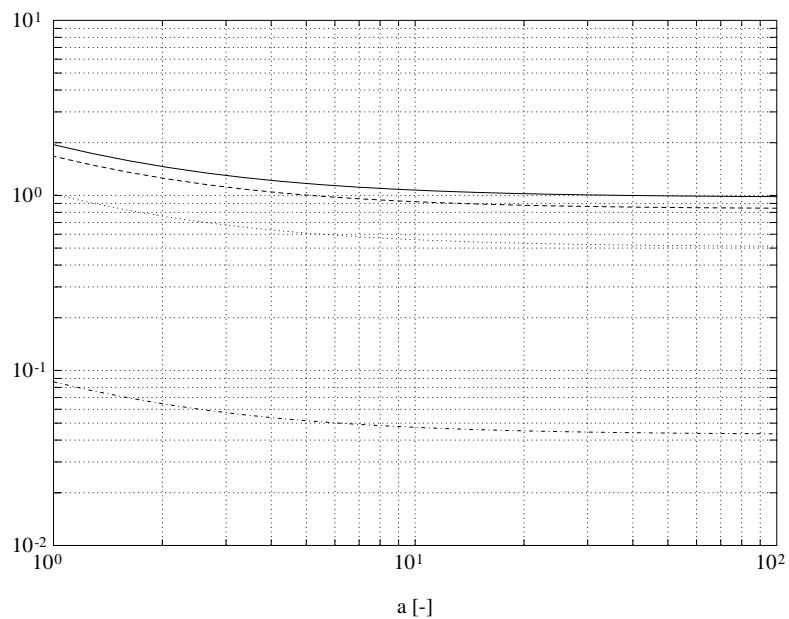
Nazornejši prikaz parametrov PID lahko prikažemo s pomočjo slik. Pri vseh slikah, ki kažejo izračun T_i , T_d in T_f smo uporabili ZN nastavitve za izračun K_p [4]:

$$K_p = 1.2 \frac{T_r}{T_i} \quad (3.15)$$

T_r in T_i sta podana v enačbi 2.4 oz. 2.6 na strani 6. Slika 3.2 prikazuje integracijsko konstanto (T_i) PID regulatorja v odvisnosti od razmerja $a=T_1/T_2$ in izbranega prevzpona σ pri vrednosti $T_1=1$. Slika 3.3 prav tako prikazuje čas T_i , vendar v logaritmičnem merilu. Podobno kakor za T_i imamo na slikah 3.4 do 3.7 prikazane grafe za izračunana T_d in T_f . Pri T_d opazimo (predvsem v logaritmičnem merilu), da za nekatere vrednosti razmerja a in prevzpona σ , postane T_d negativen (krivulje na sliki 3.5 izginejo). Za $\sigma=0.6$ je pri vseh vrednostih razmerja a $T_d < 0$. To pomeni, da vrednost prevzpona σ ne zadovoljuje pogojem neenačb 3.13 in 3.14.

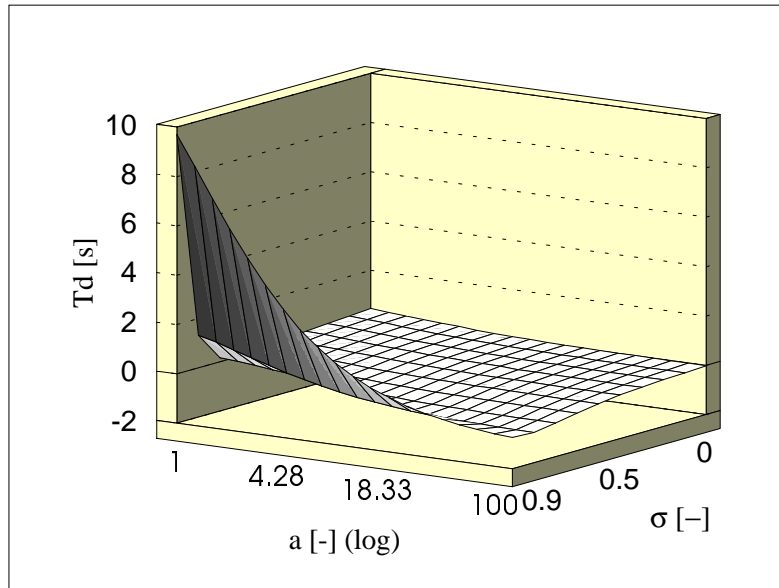


Slika 3.2 : Integracijska konstanta PID regulatorja v odvisnosti od razmerja $a=T_1/T_2$ in želenega prevzpona σ pri K_p izračunanem po ZN pravilih; $T_1=1s$.

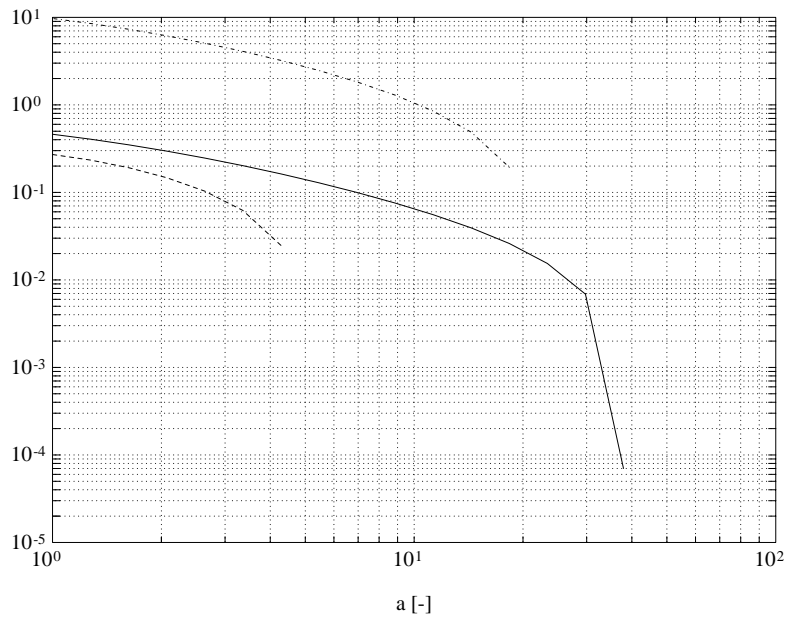


Slika 3.3 : T_i podan v logaritmičnem merilu; podatki s slike 3.2;

— $\sigma=0$, -- $\sigma=0.3$, ... $\sigma=0.6$, -.- $\sigma=0.9$.

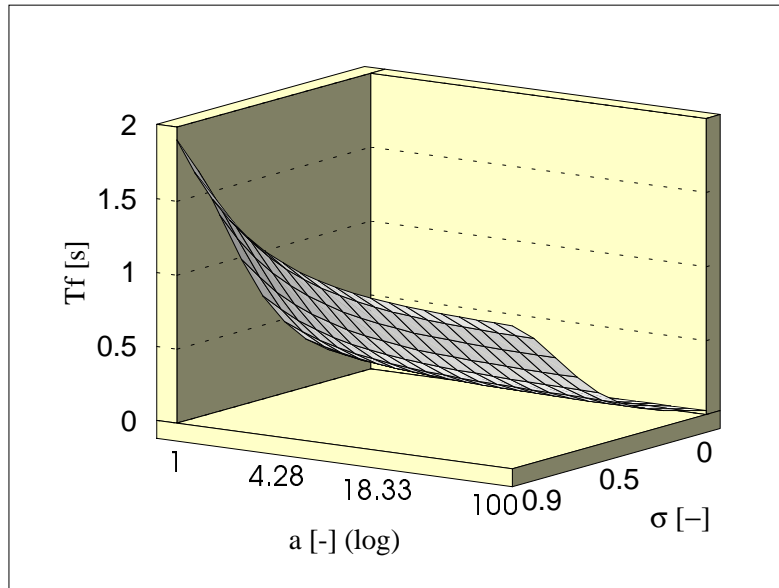


Slika 3.4 : Diferencialna konstanta PID regulatorja v odvisnosti od razmerja $a=T_1/T_2$ in želenega prevzpona σ pri K_p izračunanem po ZN pravilih; $T_1=1s$.

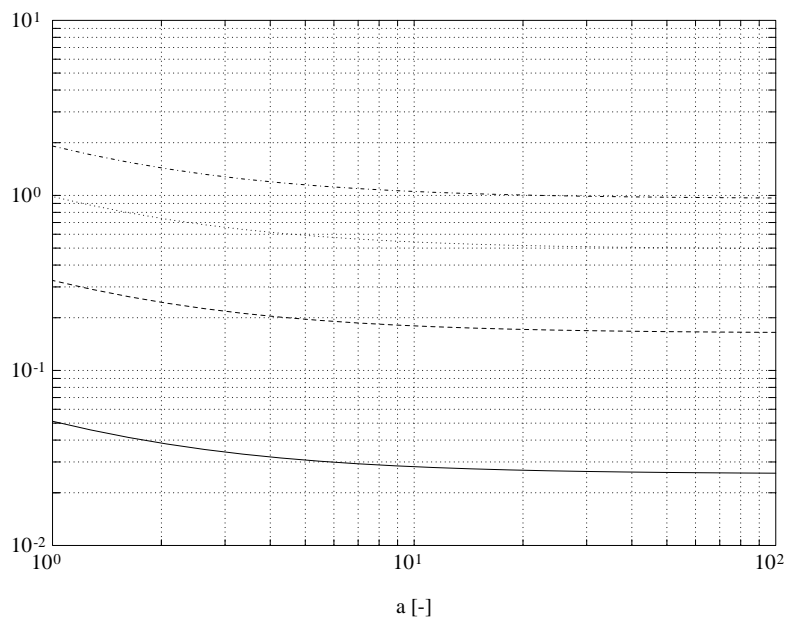


Slika 3.5 : T_d podan v logaritmičnem merilu; podatki s slike 3.4;

— $\sigma=0$, -- $\sigma=0.3$, ... $\sigma=0.6$, -.- $\sigma=0.9$.



Slika 3.6 : Časovna konstanta filtra PID regulatorja v odvisnosti od razmerja $a=T_1/T_2$ in želenega prevzpona σ pri K_p izračunanem po ZN pravilih; $T_1=1s$.



Slika 3.7 : T_f podan v logaritmičnem merilu; podatki s slike 3.6;

— $\sigma=0$, -- $\sigma=0.3$, ... $\sigma=0.6$, -.- $\sigma=0.9$.

Za primer izračunajmo vrednost parametrov PID regulatorja za sistem $T_1=1s$, $T_2=0.5s$ pri $K_p=10$. Na osnovi nastavitvenih pravil, najprej izračunamo K_{p10} in K_{p20} iz enačb 3.11 in 3.12:

$$K_{p10} = \frac{T_1}{4T_2} = 0.5$$

$$K_{p20} = \frac{T_2}{4T_1} = 0.125$$

Ker je $K_p > K_{p10}$, mora σ ustrezati neenačbi 3.13:

$$\sigma \leq e^{-\frac{\pi}{\sqrt{\frac{K_p}{K_{p10}} - 1}}} = 0.486$$

Odločimo se za $\sigma=0.1$. Sedaj izračunamo še $\tau_1 + \tau_2$ in $\tau_1 \tau_2$ po enačbah 3.7 in 3.8:

$$\tau_1 + \tau_2 = \frac{4(T_1 + T_2) \ln^2 \sigma}{\pi^2 + \ln^2 \sigma (1 + 4K_p)} = 0.14$$

$$\tau_1 \tau_2 = (\tau_1 + \tau_2)(T_1 + T_2 - K_p(\tau_1 + \tau_2)) = 0.014$$

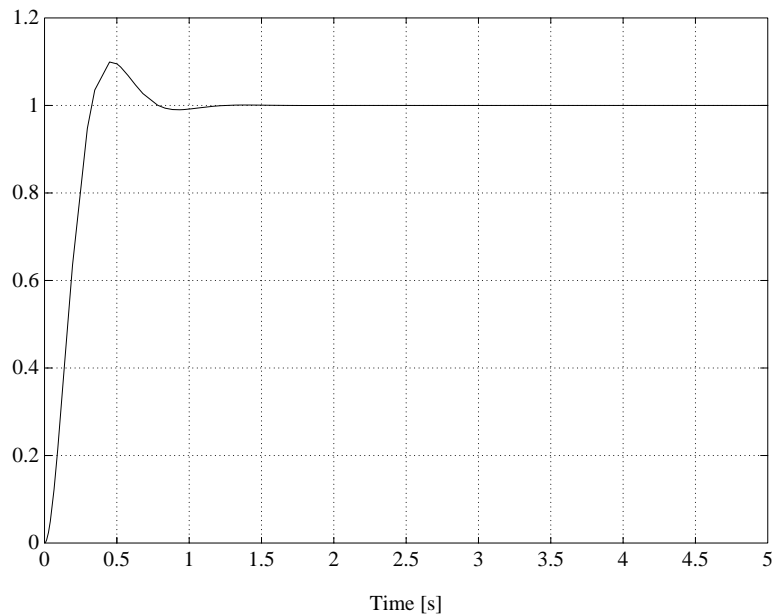
Parametre PID regulatorja izračunamo s pomočjo enačb 3.4, 3.5 in 3.6:

$$T_i = K_p(\tau_1 + \tau_2) = 1.4s$$

$$T_d = \frac{T_1 T_2 - K_p \tau_1 \tau_2}{K_p(\tau_1 + \tau_2)} = 0.257s$$

$$T_f = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = 0.1s$$

Rezultat simulacije (izhoda iz procesa) kaže slika 3.8.



Slika 3.8 : Odziv na izhodu iz procesa za $T_1=1s$ in $T_2=0.5s$ pri PID načrtovanem za $K_p=10$ in $\sigma=0.1$.

3.1.2. Izračun β PIDy parametrov

β PIDy regulator s procesom je prikazan na sliki 3.1 pod točko d) na strani 10. Prenosna funkcija regulatorja je:

$$\begin{aligned}
 U(s) &= K_p \left[\beta W(s) - Y(s) + \frac{W(s) - Y(s)}{sT_i} - Y(s) \frac{sT_d}{1 + sT_f} \right] = \\
 &= W(s)K_p \left[\beta + \frac{1}{sT_i} \right] - Y(s)K_p \left[1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1 + sT_f} \right]
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Opazimo, da nam v enačbah nastopa faktor β . Le-ta je uporabljan za zmanjševanje prevzpona na izhodu iz procesa ob spremembi signala reference. Območje obsega faktorja β je med 0 in 1, po potrebi pa je lahko tudi nad 1 [1,3]. Najbolj pogoste izvedbe industrijskih regulatorjev imajo nastavljeno fiksno vrednost $\beta=1$.

Kakor pri PID regulatorju, smo tu prav tako izbrali zaprtozanko prenosno funkcijo drugega reda med signalom reference in izhodom iz procesa:

$$G_C = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{1}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)} \quad (3.17)$$

Za proces opisan na sliki 2.1 na strani **Error! Bookmark not defined.** in regulator opisan z enačbo 3.16, smo dobili naslednje parametre β PIDy regulatorja:

$$K_p = \frac{T_1 T_2}{\tau_1 \tau_2 \beta} \quad (3.18)$$

$$T_i = (\tau_1 + \tau_2) + \frac{\tau_1 \tau_2}{T_1 + T_2} \left[\frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} - (T_1 + T_2) \right] = \frac{K_p (\tau_1 + \tau_2)}{1 + K_p (1 - \beta)} \quad (3.19)$$

$$T_d = \frac{1}{T_i} \left[(\tau_1 + \tau_2) \left(T_i \beta - \frac{T_1 + T_2}{1 + K_p (1 - \beta)} \right) + \tau_1 \tau_2 \right] \quad (3.20)$$

$$T_f = 0 \quad (3.21)$$

Za vrednost filtra T_f smo dobili vrednost 0. Samo v tem primeru lahko z β PIDy regulatorjem dobimo zaprtozančni sistem 2. reda. V praksi dobimo za večino procesov praktično zanemarljivo napako, če postavimo $T_f \approx T_d/10$, kar smo tudi uporabili v vseh nadaljnjih simulacijah.

Prav tako, kot pri PID regulatorju, nam konstanti τ_1 in τ_2 ne povedo veliko, zato smo se ponovno odločili za izbiro proporcionalnega ojačenja (K_p) in želenega prevzpona (σ) na izhodu iz procesa. Na osnovi slednjih izračunamo $\tau_1 \tau_2$ in $\tau_1 + \tau_2$:

$$\tau_1 \tau_2 = \frac{T_1 T_2}{K_p \beta} \quad (3.22)$$

$$\tau_1 + \tau_2 = \frac{2\sqrt{\tau_1 \tau_2} |\ln \sigma|}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 \sigma}} \quad (3.23)$$

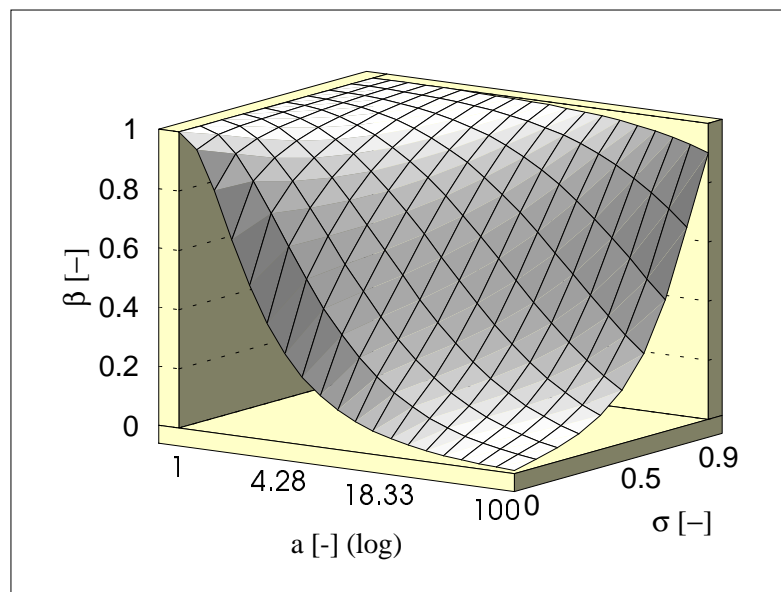
Vendar veljajo tudi tukaj omejitve, katerih se moramo držati, če želimo da bo $T_d \geq 0$:

$$K_p \geq \frac{(\pi^2 + \ln^2 \sigma) \left[(T_1 + T_2) |\ln \sigma| + \sqrt{(T_1 - T_2)^2 \ln^2 \sigma - \frac{1 - \beta}{\beta} T_1 T_2 (\pi^2 + \ln^2 \sigma)} \right]^2}{T_1 T_2 \beta \left[4 \ln^2 \sigma + \frac{1 - \beta}{\beta} (\pi^2 + \ln^2 \sigma) \right]^2} = K_{p_1} \quad (3.24)$$

$$K_p \leq \frac{(\pi^2 + \ln^2 \sigma) \left[(T_1 + T_2) |\ln \sigma| - \sqrt{(T_1 - T_2)^2 \ln^2 \sigma - \frac{1-\beta}{\beta} T_1 T_2 (\pi^2 + \ln^2 \sigma)} \right]^2}{T_1 T_2 \beta \left[4 \ln^2 \sigma + \frac{1-\beta}{\beta} (\pi^2 + \ln^2 \sigma) \right]^2} = K_{p_2} \quad (3.25)$$

Izraz pod ulomkom ne sme biti negativen, kar vodi do naslednje omejitve:

$$\beta \geq \frac{T_1 T_2 (\pi^2 + \ln^2 \sigma)}{(T_1 - T_2)^2 \ln^2 \sigma + T_1 T_2 (\pi^2 + \ln^2 \sigma)} = \beta_{\min} \quad (3.26)$$



Slika 3.9 : β_{\min} v odvisnosti od razmerja $a=T_1/T_2$ in prevzpona σ .

Če v neenačbi 3.26 uporabimo enačaj, potem postaneta K_{p1} in K_{p2} enaka, ter tako nimamo limitiranega območja K_p . V primeru, če faktor β postavimo na višjo vrednost od β_{\min} , pa je potrebno upoštevati omejitve K_p v neenačbah 3.24 in 3.25.

Praktična nastavitvena pravila za β PIDy bi bila naslednja:

- Določi K_p in σ .
- Postavi $\beta = \beta_{\min}$ po enačbi 3.26.
- Izračunaj $\tau_1 \tau_2$ in $\tau_1 + \tau_2$ iz enačb 3.22 in 3.23.
- Določi preostala parametra PID regulatorja po enačbah 3.19 in 3.20.

Če želimo β , ki je večji od β_{\min} , takrat za točko b izračunamo ali proporcionalno ojačenje ustreza neenačbama 3.24 in 3.25. V primeru, če ustreza, nadaljujemo v točki c, v nasprotnem pa moramo spremeniti želen prevzpon na izhodu iz procesa:

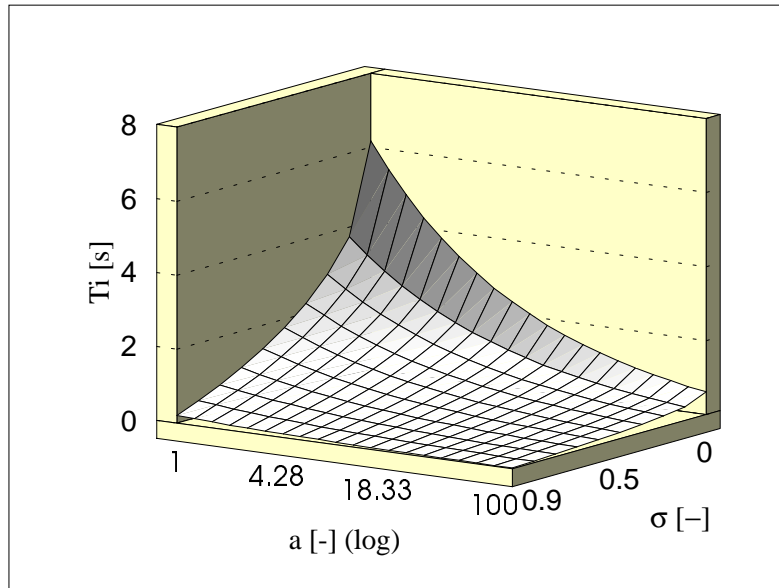
$$\sigma \leq e^{-\pi \sqrt{\frac{T_1 T_2 (1-\beta)}{\beta (T_1 - T_2)^2 - T_1 T_2 (1-\beta)}}} = \sigma_{\max} , \quad (3.27)$$

ki smo ga dobili neposredno iz enačbe 3.26. V primeru, če se zadovoljimo s $\sigma = \sigma_{\max}$, gremo na točko c nastavitvenih pravil, če pa želimo manjši prevzpon, pa ga lahko manjšamo, dokler izbrani K_p ustreza neenačbama 3.24 in 3.25.

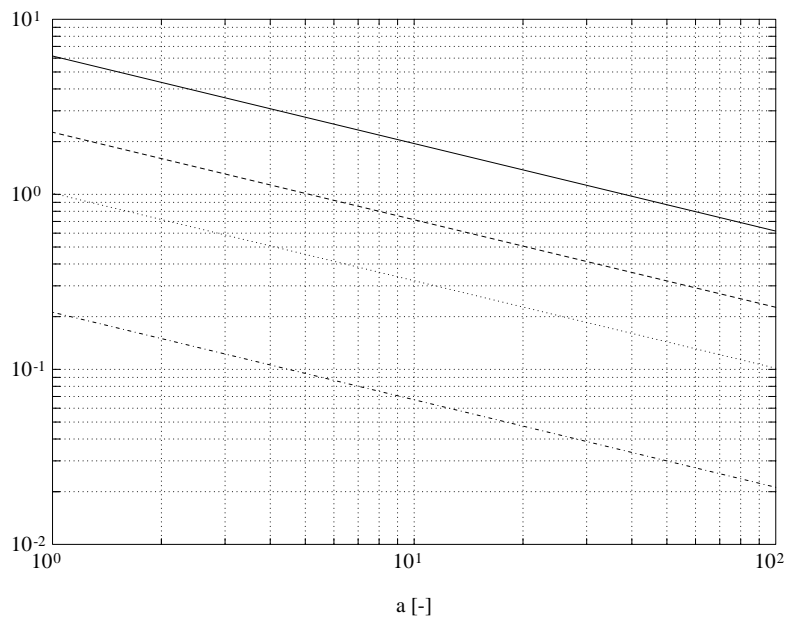
Pogosto imamo industrijske regulatorje realizirane, kot je prikazano na sliki 3.1 pod točko b (stran 10). Ta shema ustreza β PIDy regulatorju pri vrednosti faktorja $\beta=1$. Če to vrednost vstavimo v neenačbi 3.24 in 3.25, dobimo rezultat enak neenačbama 3.9 in 3.10 na strani 13. V tem primeru veljajo nastavitvena pravila opisana na strani 13 pod točkami a, b in c. Nastavitvena pravila nadaljujemo v točki c nastavitvenih pravil za β PIDy regulator.

Nazornejši prikaz β PIDy parametrov kažejo slike 3.10 do 3.13. Kakor pri PID regulatorju, smo tu prav tako izbrali K_p na osnovi ZN nastavitvenih pravil (enačba 3.15 na strani 14), β smo postavili na vrednost 1. Na slikah 3.10 in 3.11 imamo prikazan izračunan T_i v odvisnosti od razmerja a in prevzpona σ , na slikah 3.12 in 3.13 pa izračunan T_d . Opazimo, da tako kot pri izračunu PID parametrov, dobimo pri β PIDy parametrih v nekaterih področjih a in σ negativno vrednost T_d . V teh področjih sta pač kršeni neenačbi 3.24 in 3.25. Za praktično uporabne rezultate se je potrebno držati nastavitvenih pravil za β PIDy regulator.

Pri $\beta=1$ si lahko ogledamo še vrednost K_{p1} . Le to kažeta sliki 3.14 in 3.15. Opazimo lahko, da pri velikih razmerjih $a=T_1/T_2$ postane K_{p1} (posebno pri večjih σ) izredno velik in neuporaben v praksi.

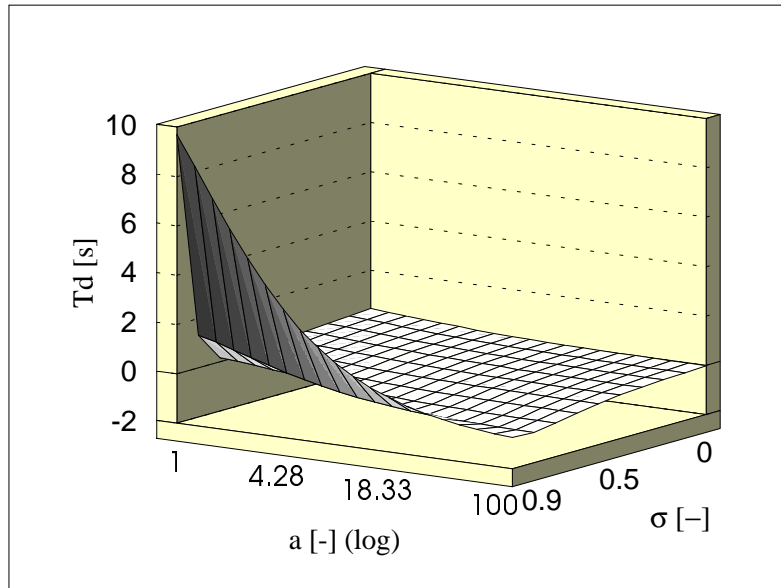


Slika 3.10 : Integracijska konstanta β PIDy regulatorja v odvisnosti od $a=T_1/T_2$ in prevzpona σ ; $T_1=1s$.

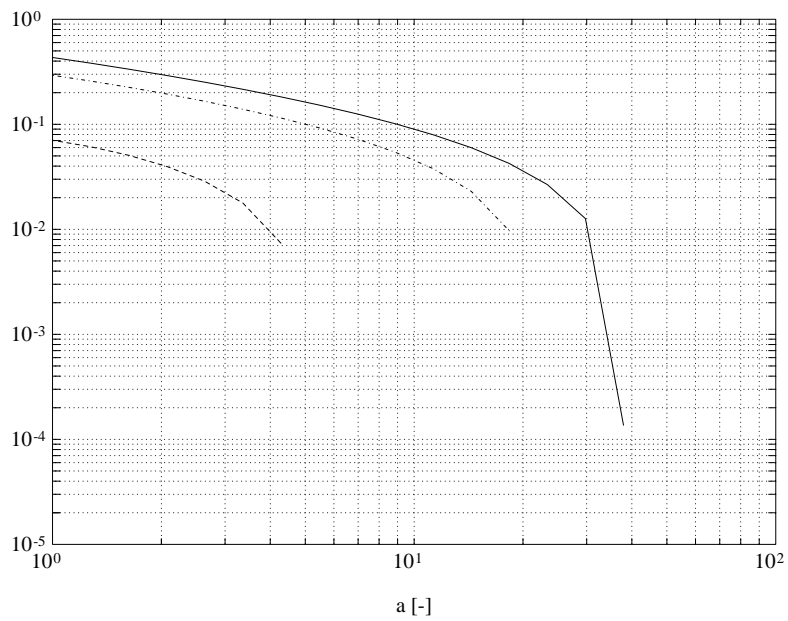


Slika 3.11 : T_i podan v logaritmičnem merilu; podatki s slike 3.10;

— $\sigma=0$, -- $\sigma=0.3$, ... $\sigma=0.6$, -.- $\sigma=0.9$.

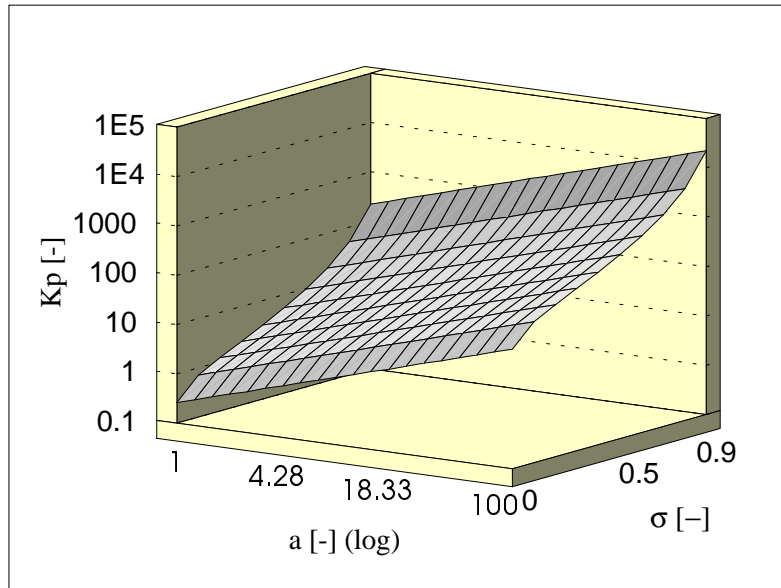


Slika 3.12 : Diferencialna konstanta β PIDy regulatorja v odvisnosti od $a=T_1/T_2$ in prevzpona σ ; $T_1=1s$.

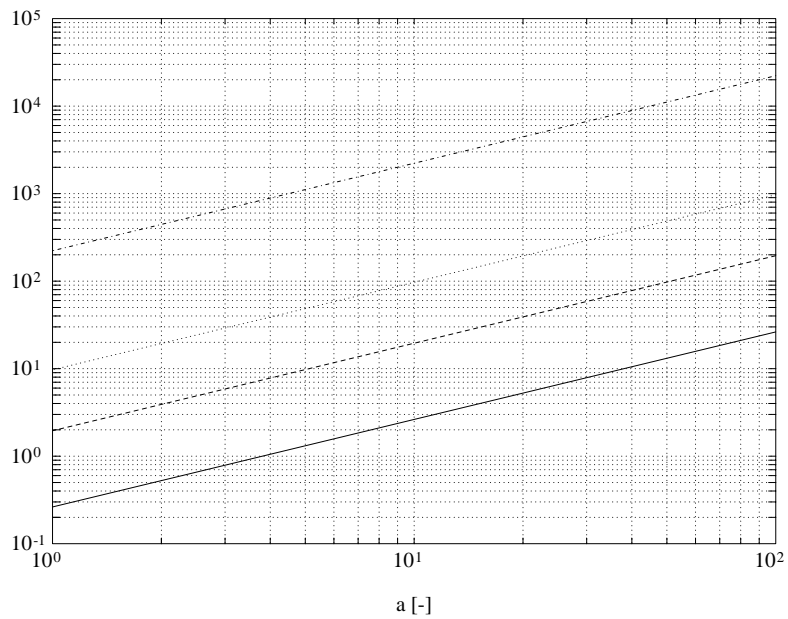


Slika 3.13 : T_d podan v logaritmičnem merilu; podatki s slike 3.12;

— $\sigma=0$, -- $\sigma=0.3$, ... $\sigma=0.6$, -.- $\sigma=0.9$.



Slika 3.14 : Vrednost faktorja K_{p1} v odvisnosti od razmerja $a=T_1/T_2$ in prevzpona σ .



Slika 3.15 : K_{p1} podan v obliki grafa; $\sigma=0$, - - $\sigma=0.3$, ... $\sigma=0.6$, - . $\sigma=0.9$.

Za primer izračunajmo vrednost parametrov β PIDy regulatorja za sistem $T_1=1s$, $T_2=0.5s$ pri $K_p=10$ in $\sigma=0.1$ (enako kakor v primeru za PID regulator na strani 17). Po točki b nastavitvenih pravil za β PIDy regulator (stran 21) izračunamo β :

$$\beta = \beta_{\min} = \frac{T_1 T_2 (\pi^2 + \ln^2 \sigma)}{(T_1 - T_2)^2 \ln^2 \sigma + T_1 T_2 (\pi^2 + \ln^2 \sigma)} = 0.851$$

$\tau_1 \tau_2$ in $\tau_1 + \tau_2$ izračunamo iz enačb 3.22 in 3.23:

$$\tau_1 \tau_2 = \frac{T_1 T_2}{K_p \beta} = 0.0587s^2$$

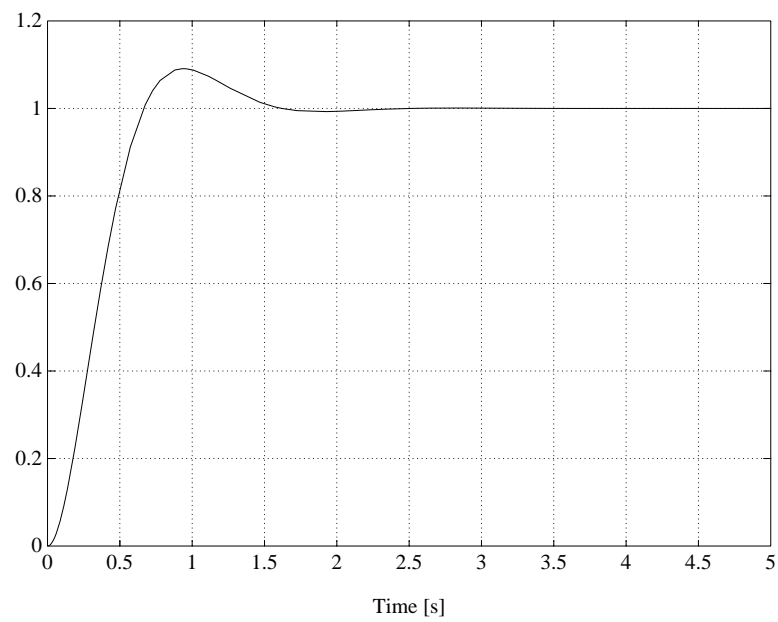
$$\tau_1 + \tau_2 = \frac{2\sqrt{\tau_1 \tau_2} |\ln \sigma|}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 \sigma}} = 0.2865s$$

Preostane nam še izračun preostalih dveh parametrov β PIDy regulatorja po enačbah 3.19 in 3.20:

$$T_i = \frac{K_p (\tau_1 + \tau_2)}{1 + K_p (1 - \beta)} = 1.152s$$

$$T_d = \frac{1}{T_i} \left[(\tau_1 + \tau_2) \left(T_i \beta - \frac{T_1 + T_2}{1 + K_p (1 - \beta)} \right) + \tau_1 \tau_2 \right] = 0.145s$$

Rezultat simulacije (izhoda iz procesa) kaže slika 3.16. V primerjavi s sliko 3.8 (stran 19) opazimo razliko. Odziv procesa načrtovan s PID regulatorjem je hitrejši od odziva s β PIDy regulatorjem pri istem prevzponu ($\sigma=0.1$). To je razumljivo, ker je diferencialni člen pri β PIDy regulatorju vezan na izhod procesa in ne na signal regulacijskega pogoška, hkrati pa je tudi proporcionalni člen le delno vezan na signal reference ($\beta=0.851$).



Slika 3.16 : Odziv na izhodu iz procesa za $T_1=1s$ in $T_2=0.5s$ pri β PIDy regulatorju načrtovanem za $K_p=10$ in $\sigma=0.1$.

3.2 Načrtovanje PID in β PIDy regulatorjev za regulacijsko delovanje

Najpogosteje je regulator vstavljen v sistem zato, da izkrmili motnje, ki vplivajo na proces pri določenem, fiksnem, signalu reference. V ta namen smo poskušali ugotoviti konstante PID in β PIDy regulatorjev tako, da dobimo zadovoljiv odziv izhoda procesa (y) na motilni signal (d) (slika 3.1 na strani 10). Prenosna funkcija med motnjo in izhodom iz procesa je pri obeh tipih regulatorjev (PID in β PIDy) enaka in tretjega reda z ničlo v koordinatnem izhodišču. Tako smo postavili naslednjo zaprtozančno funkcijo:

$$G_C = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{K_1 s}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)(1 + s\tau_3)} \quad (3.28)$$

V primeru, če je signal motnje na vhod v proces enak enotini stopnici:

$$D(s) = \frac{1}{s}, \quad (3.29)$$

bo imel signal na izhodu iz procesa naslednji časovni potek:

$$y(t) = \frac{K_1 \tau_0}{\tau_1 \tau_2} e^{-bt} [\cos \omega t + c \sin \omega t] + \frac{K_2}{\tau_3} e^{-\frac{t}{\tau_3}} \quad (3.30)$$

Pri tem pomenijo:

$$\tau_0 = \frac{\tau_1 \tau_2 \tau_3}{\tau_3(\tau_1 + \tau_2) - \tau_1 \tau_2}, \quad (3.31)$$

$$K_1 = \frac{\tau_3(\tau_1 + \tau_2) - \tau_1 \tau_2}{\tau_3(\tau_1 + \tau_2) - \tau_1 \tau_2 - \tau_3^2}, \quad (3.32)$$

$$K_2 = \frac{-\tau_3^2}{\tau_3(\tau_1 + \tau_2) - \tau_1 \tau_2 - \tau_3^2} = 1 - K_1, \quad (3.33)$$

$$b = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2 \tau_1 \tau_2}, \quad (3.34)$$

$$c = \frac{\tau_3(\tau_1 + \tau_2) - 2\tau_1 \tau_2 \tau_2}{\tau_3 |\tau_1 - \tau_2|}, \quad (3.35)$$

$$\omega = \frac{|\tau_1 - \tau_2|}{2\tau_1\tau_2}. \quad (3.36)$$

Iz enačbe 3.30 opazimo, da je časovni odziv procesa na stopničasto motnjo sestavljen iz dveh delov. Prvi je dušeno harmonično nihanje, drugi del pa je eksponentno padajoči signal. Pri regulaciji motenj je pogosto pomembna informacija o hitrosti upadanja harmoničnega nihanja na izhodu iz procesa. To hitrost označimo v nadaljnjem besedilu z izrazom *hitrost upadanja* (*decay ratio* v tuji literaturi). Hitrost upadanja dejansko pomeni razmerje amplitud naslednjega harmoničnega vala s prejšnjim (po preteku časa ene periode) in je tako enaka razmerju amplitud $\delta=y_2/y_1$ na sliki 2.3 na strani 6. Ponavadi želimo, da drugi člen v enačbi 3.30 čim prej izzveni, za kar je pomembno razmerje med τ_3 in periodo harmoničnega nihanja s frekvenco ω :

$$\alpha = \frac{\tau_3}{T_0} \quad (3.37)$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega}$$

Perioda harmoničnega nihanja na izhodu iz procesa je:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 + \tau_3^2 \frac{K_p + 1}{T_1 T_2} (4\pi^2 + \gamma^2)}}{\tau_3 \frac{K_p + 1}{T_1 T_2}} = \quad (3.38)$$

$$= \sqrt{\frac{T_1 T_2}{K_p + 1} \left(4\pi^2 + \gamma^2 + \frac{2\gamma}{\alpha} \right)},$$

kjer je

$$\gamma = -\ln \delta \quad (3.39)$$

Faktor δ pomeni hitrost upadanja (*decay ratio*). Časovni konstanti τ_1 in τ_2 postaneta:

$$\tau_1 = \frac{T_0}{4\pi^2 + \gamma^2} (\gamma + 2j\pi)$$

$$\tau_2 = \frac{T_0}{4\pi^2 + \gamma^2} (\gamma - 2j\pi)$$

$$\tau_1 + \tau_2 = \frac{2\gamma T_0}{4\pi^2 + \gamma^2} \quad (3.40)$$

$$\tau_1 \tau_2 = \frac{T_0^2}{4\pi^2 + \gamma^2} \quad (3.41)$$

Preostane nam še izračun preostalih dveh konstant regulatorja:

$$T_i = K_p K_0 \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} T_d &= \frac{1}{T_i} [\tau_1 \tau_2 + \tau_3 (\tau_1 + \tau_2) - K_0 (T_1 + T_2)] = \\ &= \frac{1}{T_i} [\tau_1 \tau_2 + \alpha T_0 (\tau_1 + \tau_2) - K_0 (T_1 + T_2)] \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$K_0 = \frac{\tau_1 \tau_2 \tau_3}{T_1 T_2} = \frac{\alpha T_0^3}{T_1 T_2 (4\pi^2 + \gamma^2)} \quad (3.44)$$

Tudi tu se zgodi, da dobimo vrednost diferencialne konstante (T_d) manjšo od 0, kar je lahko precej neugodno. Da do tega ne pride, mora α ustrezati naslednji neenačbi:

$$\alpha^2 k_1 + \alpha k_2 + 1 \geq 0 \quad (3.45)$$

$$\alpha_1 = \frac{-k_2 + \sqrt{k_2^2 - 4k_1}}{2k_1} \quad (3.46)$$

$$\alpha_2 = \frac{-k_2 - \sqrt{k_2^2 - 4k_1}}{2k_1}$$

$$k_1 = 4\gamma^2 - \frac{a(1+a^{-1})^2(4\pi^2 + \gamma^2)}{K_p + 1}$$

$$k_2 = 4\gamma - \frac{2a\gamma(1+a^{-1})^2}{K_p + 1}$$

$$k_1 > 0 \Rightarrow (\alpha < \alpha_2) \vee (\alpha > \alpha_1) \quad (3.47)$$

$$k_1 < 0 \Rightarrow (\alpha > \alpha_1) \wedge (\alpha < \alpha_2)$$

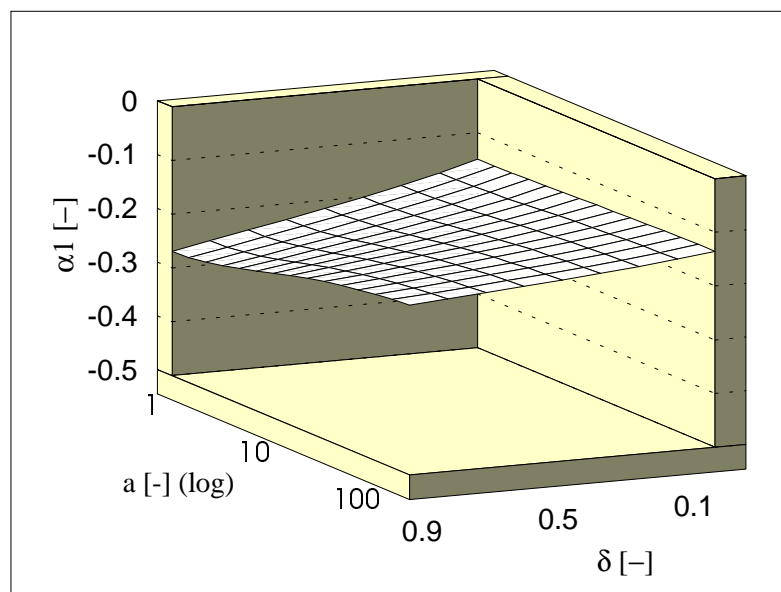
Pri tem pomeni $a=T_1/T_2$. V enačbi 3.46 sta podani mejni vrednosti α_1 in α_2 . Pri upoštevanju neenačbe 3.45 dobimo omejitev za vrednost α v odvisnosti od koeficienta k_1 , podano v izrazu 3.47. Mejni vrednosti α_1 in α_2 kažeta sliki 3.17 in 3.18. Ker za

vrednost α izbiramo pozitivno vrednost, lahko iz obeh slik vidimo, da v izbranem področju ($a=1..100$, $\delta=0,1..0,9$) zadovoljimo pogojem neenačbe 3.45 z izbiro vrednosti $\alpha < 0,19$. Na slikah 3.17 in 3.18 smo K_p izračunali s pomočjo ZN pravil (enačba 3.15 na strani 14).

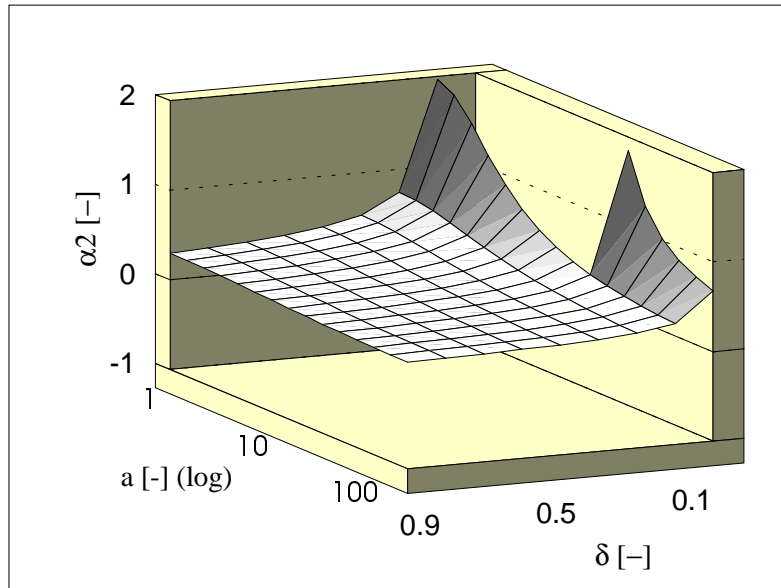
Nastavitvena pravila za PID in β PIDy regulator za regulacijsko delovanje so tako naslednja:

- Določi K_p in hitrost upadanja δ (decay ratio).
- Izračunaj γ po enačbi 3.40 in določi α ob upoštevanju neenačbe 3.45
- Izračunaj T_0 po enačbi 3.38
- Izračunaj $\tau_1 + \tau_2$ in $\tau_1 \tau_2$ po enačbah 3.40 in 3.41
- Določi še preostali dve konstanti PID oz. β PIDy regulatorja s pomočjo enačb 3.42 in 3.43.

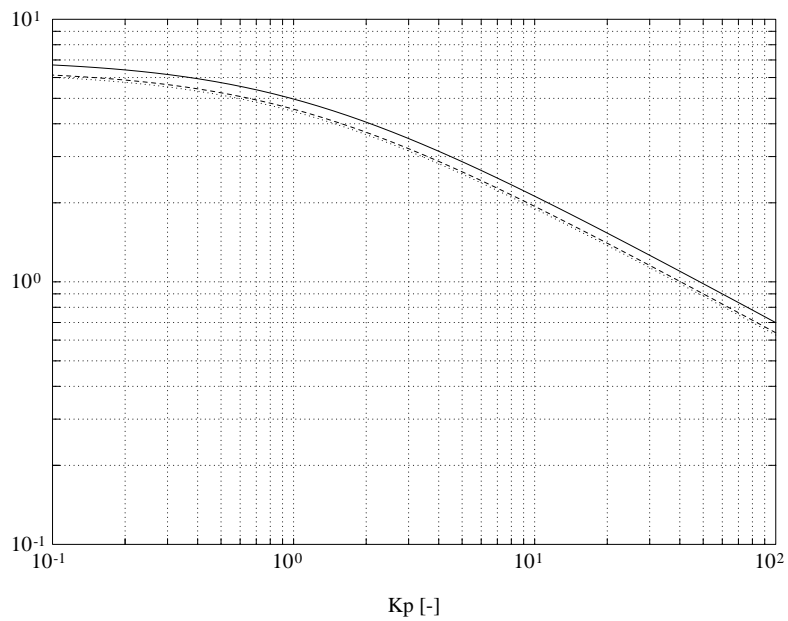
Primere izračunov T_0 pri različnih K_p in hitrostih upadanja δ kažejo slike 3.19, 3.20 in 3.22. Opazimo, da se z večanjem $\alpha = \tau_3/T_0$ časi T_0 pri različnih hitrostih upadanja δ vse manj razlikujejo.



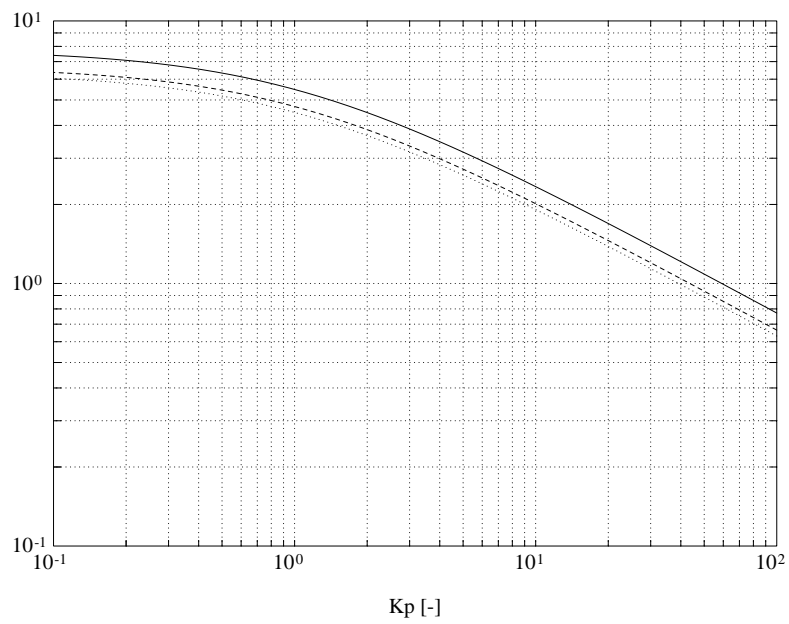
Slika 3.17 : Vrednost koeficienta α_1 v odvisnosti od razmerja $a=T_1/T_2$ in hitrosti upadanja δ (decay ratio).



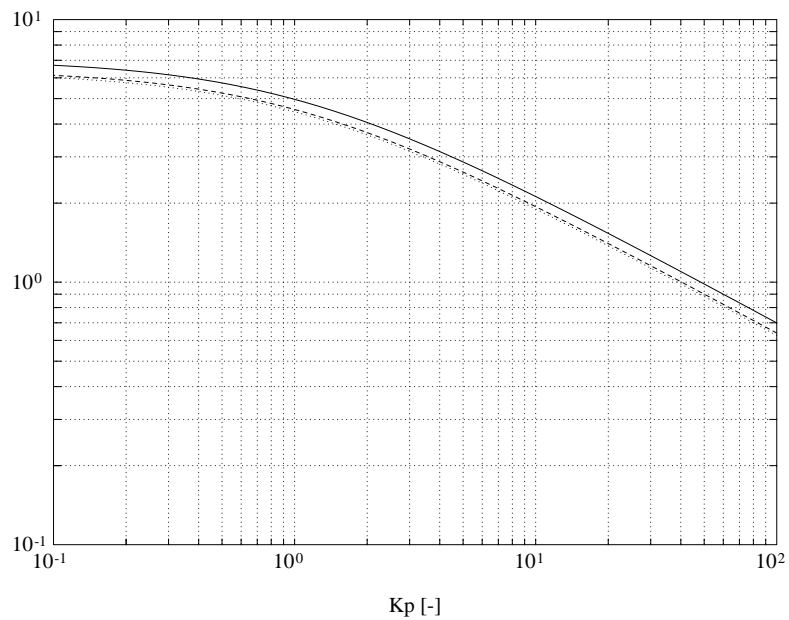
Slika 3.18 : Vrednost koeficienta α_2 v odvisnosti od razmerja $a=T_1/T_2$ in hitrosti upadanja δ (decay ratio).



Slika 3.19 : Perioda nihanja T_0 [s] pri $\alpha=\tau_3/T_0=0.1$ in $T_1=T_2=1$ s;
 — $\delta=0.1$, -- $\delta=0.5$, ... $\delta=0.9$.



Slika 3.20 : Perioda nihanja T_0 [s] pri $\alpha = \tau_3/T_0 = 0.3$ in $T_1 = T_2 = 1$ s;
 ___ $\delta = 0.1$, -- $\delta = 0.5$, ... $\delta = 0.9$.



Slika 3.21 : Perioda nihanja T_0 [s] pri $\alpha = \tau_3/T_0 = 1$ in $T_1 = T_2 = 1$ s;
 ___ $\delta = 0.1$, -- $\delta = 0.5$, ... $\delta = 0.9$.

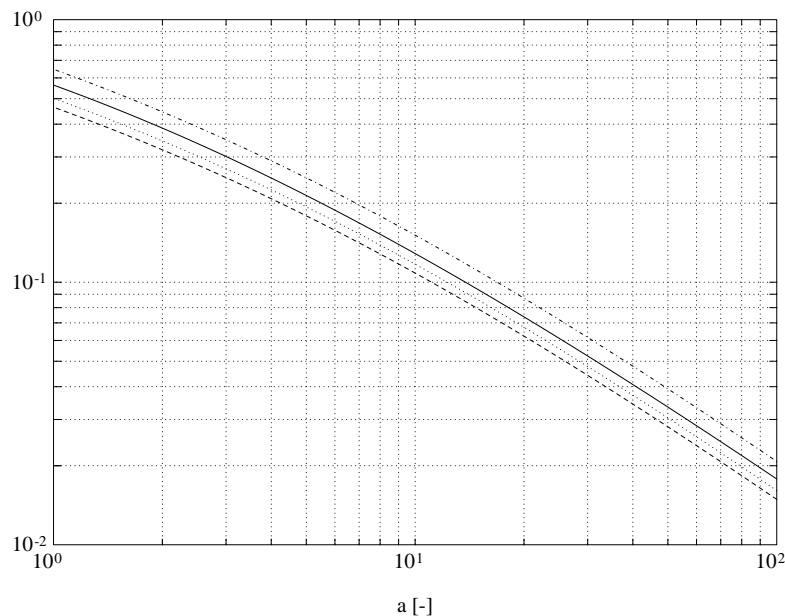
Slike 3.22 do 3.27 prikazujejo izračunane integracijske in diferencialne konstante PID in β PIDy regulatorjev za regulacijsko delovanje. Pri tem smo K_p določili na osnovi ZN pravil (enačba 3.15 na strani 14). Za primerjavo kažejo slike 3.22 do 3.27 tudi potek T_i in T_d izračunana s pomočjo ZN nastavitvenih pravil [4]:

$$T_i = 2T_l \quad (3.48)$$

$$T_d = 0.5T_l \quad (3.49)$$

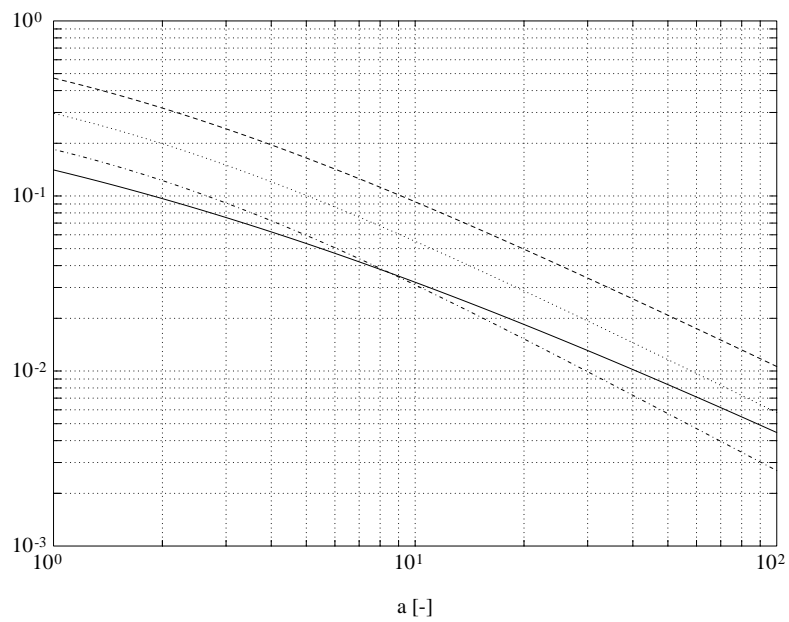
Pri tem je T_l opisan v enačbi 2.4 na strani 6.

Na slikah 3.22 in 3.23 imamo T_i in T_d izračunane pri hitrosti upadanja $\delta=0.1$, sliki 3.24 in 3.25 prikazujeta isto pri $\delta=0.25$, sliki 3.26 in 3.27 pa kažeta izračun pri $\delta=0.5$. Podobnost med T_i določenim z ZN nastavitvenimi pravili (enačba 3.48) in med T_i določenim po PID oz. β PIDy nastavitvenimi pravili na strani 31, kaže na to, da so bila ZN pravila postavljena za regulacijsko delovanje (odpravljanje motenj v procesu). S primerjavo T_i in T_d lahko tudi opazimo, da nastopi najboljše ujemanje med nastavitvenimi pravili pri $\delta=0.25$, za kar pa so ZN pravila tudi bila načrtovana. Pri tem je najboljše ujemanje pri relativno majhnih razmerjih $a=T_1/T_2$. ZN pravilom takrat ustreza vrednost α , rahlo večja od 0.2 (sliki 3.24 in 3.25).

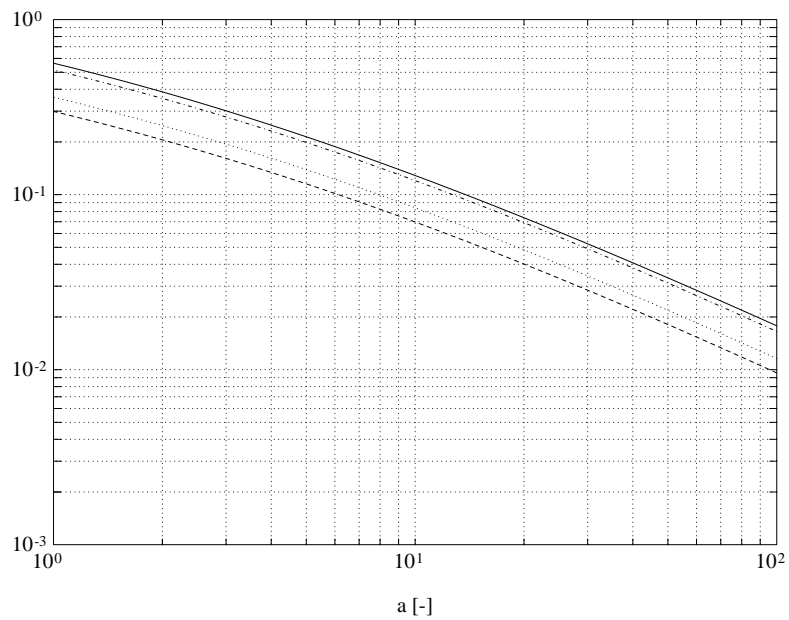


Slika 3.22 : Vrednost integracijske časovne konstante T_i pri $\delta=0.1$ in $T_l=1$ s;

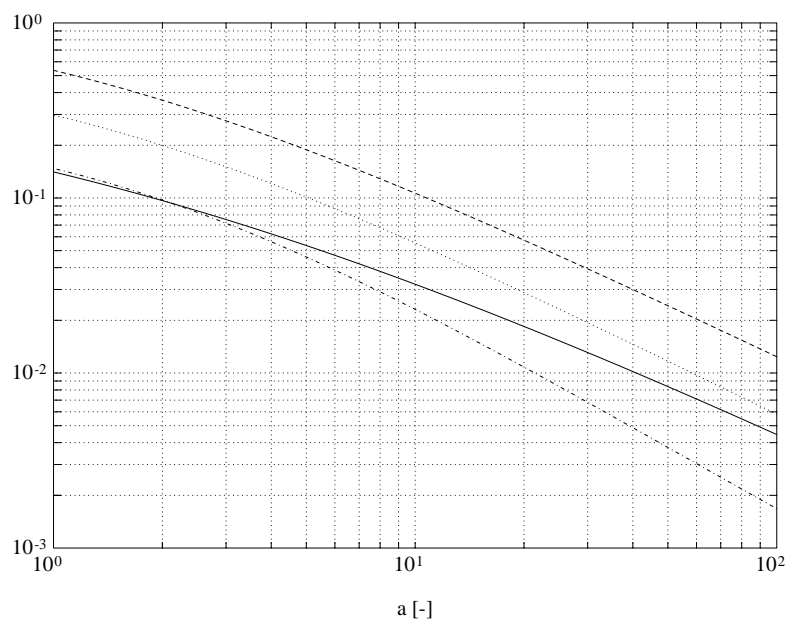
— ZN, -- $\alpha=0.05$, ... $\alpha=0.1$, -.- $\alpha=0.2$.



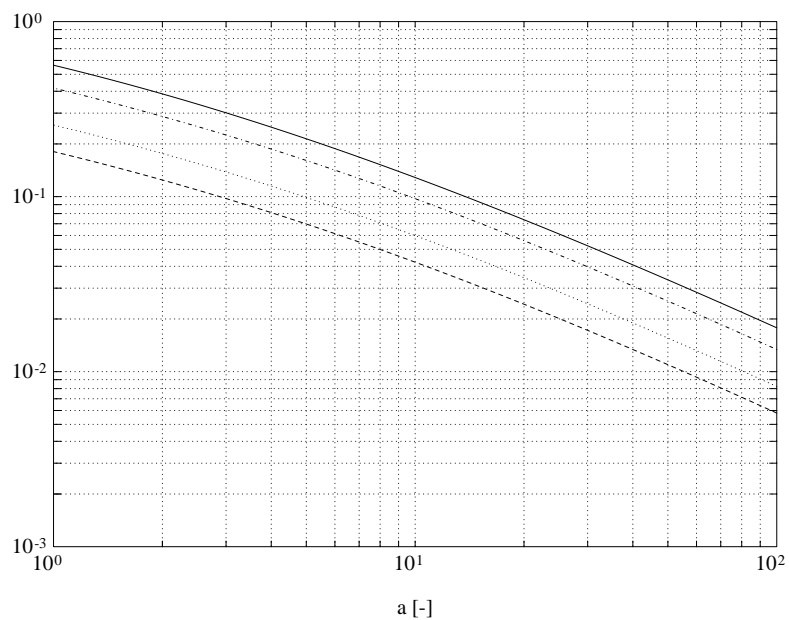
Slika 3.23 : Vrednost diferencialne časovne konstante T_d pri $\delta=0.1$ in $T_1=1s$;
 — ZN, -- $\alpha=0.05$, ... $\alpha=0.1$, -.- $\alpha=0.2$.



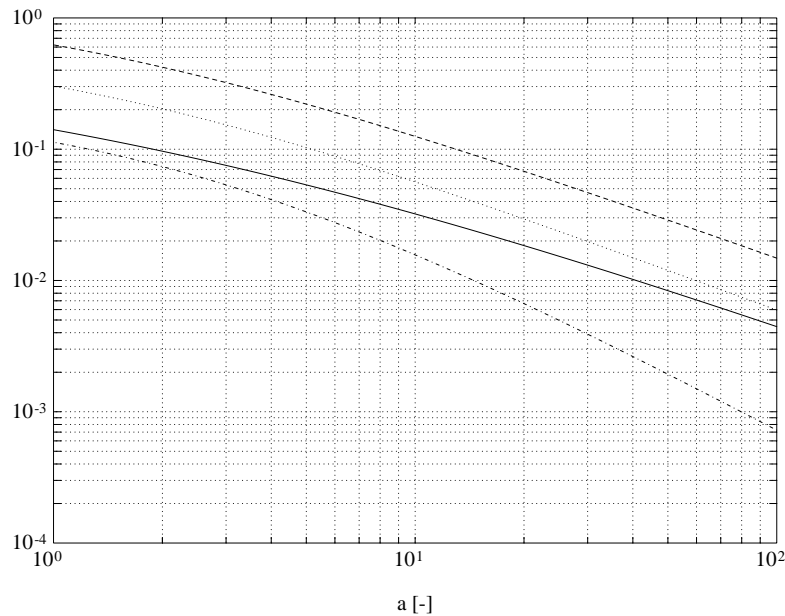
Slika 3.24 : Vrednost integracijske časovne konstante T_1 pri $\delta=0.25$ in $T_1=1s$;
 — ZN, -- $\alpha=0.05$, ... $\alpha=0.1$, -.- $\alpha=0.2$.



Slika 3.25 : Vrednost diferencialne časovne konstante T_d pri $\delta=0.25$ in $T_1=1s$;
 — ZN, -- $\alpha=0.05$, ... $\alpha=0.1$, -.- $\alpha=0.2$.



Slika 3.26 : Vrednost integracijske časovne konstante T_i pri $\delta=0.5$ in $T_1=1s$;
 — ZN, -- $\alpha=0.05$, ... $\alpha=0.1$, -.- $\alpha=0.2$.



Slika 3.27 : Vrednost diferencialne časovne konstante T_d pri $\delta=0.5$ in $T_1=1s$;
 — ZN, -- $\alpha=0.05$, ... $\alpha=0.1$, -.- $\alpha=0.2$.

Primer načrtovanja PID in β PIDy regulatorja za regulacijsko delovanje po nastavitvenih pravilih opisanih na strani 31 nam kaže naslednji zgled.

Za proces s časovnimi konstantami $T_1=T_2=1s$ načrtajmo regulator za hitrost upadanja $\delta=0.25$. Najprej določimo K_p , ki ga izračunamo s pomočjo ZN nastavitvenih pravil (ni nujno). Uporabimo enačbi 2.4 (na strani 6) in 3.15 (na strani 14):

$$T_r = T_1 a^{-\sqrt{a}} = e$$

$$T_i = T_2 a \left(\frac{\ln(a)}{a-1} + \frac{a+1}{a} - a^{-\sqrt{a}} \right) = 3 - e$$

$$K_p = 1.2 \frac{T_r}{T_i} = 1.2 \frac{e}{3-e} \approx 11.58$$

Nato uporabimo še enačbi 3.39 in 3.46 za izračun γ , α_1 in α_2 :

$$\gamma = -\ln(0.25) = 1.386$$

$$\alpha_1 = \frac{-k_2 + \sqrt{k_2^2 - 4k_1}}{2k_1} = -0.177$$

$$\alpha_2 = \frac{-k_2 - \sqrt{k_2^2 - 4k_1}}{2k_1} = 1.029$$

Vrednost k_1 je negativna, zato se mora želen α nahajati med vrednostima $\alpha_1=-0.177$ in $\alpha_2=1.029$. Ker mora biti vrednost α tudi pozitivno število (v primeru negativnega števila, bi po enačbi 3.30 na strani 28 dobili nestabilen odziv), mora biti α manjši od 1.029. Izberemo vrednost

$$\alpha = 0.1$$

in s pomočjo enačbe 3.38 (stran 29) izračunamo T_0 :

$$T_0 = \sqrt{\frac{T_1 T_2}{K_p + 1} \left(4\pi^2 + \gamma^2 + \frac{2\gamma}{\alpha} \right)} = 2.344s$$

Preostane nam še izračun $\tau_1 + \tau_2$ in $\tau_1 \tau_2$ iz enačb 3.40 in 3.41:

$$\tau_1 + \tau_2 = \frac{2\gamma T_0}{4\pi^2 + \gamma^2} = 0.157s$$

$$\tau_1 \tau_2 = \frac{T_0^2}{4\pi^2 + \gamma^2} = 0.133s^2,$$

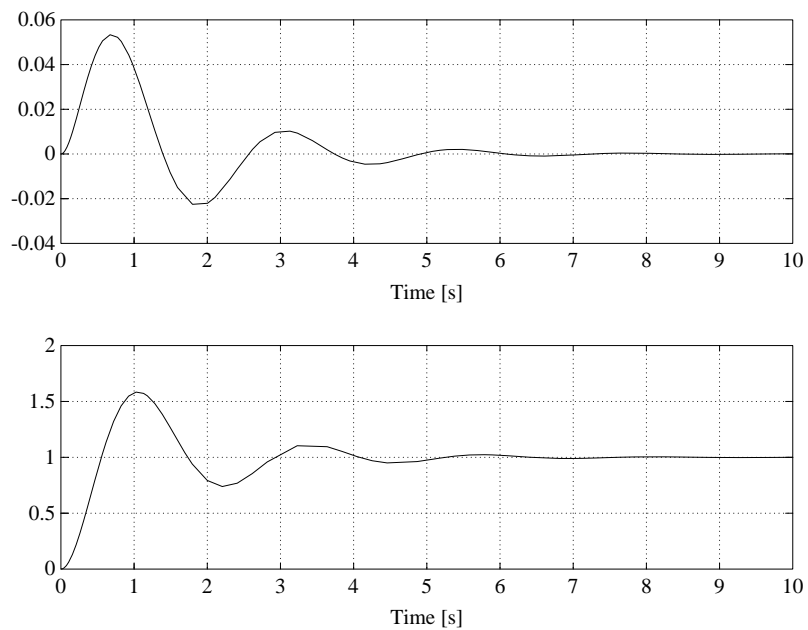
ter K_0 in preostalih dveh parametrov regulatorja po enačbah 3.42 in 3.43:

$$K_0 = \frac{\alpha T_0^3}{T_1 T_2 (4\pi^2 + \gamma^2)} = 0.0311s$$

$$T_i = K_p K_0 = 0.36s$$

$$T_d = \frac{1}{T_i} \left[\tau_1 \tau_2 + \alpha T_0 (\tau_1 + \tau_2) - K_0 (T_1 + T_2) \right] = 0.298s$$

Rezultata odzivov procesa na signal motnje, enake enotini stopnici, na vhodu v proces (zgoraj) in odziv procesa na enotino stopnico signala reference (spodaj), kaže slika 3.28. Pri obeh odzivih opazimo podobno hitrost iznihavanja (δ).



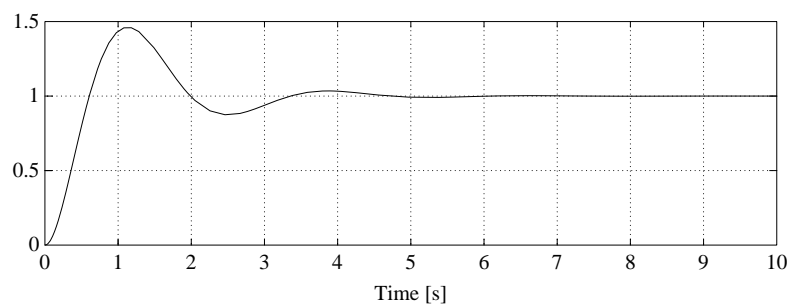
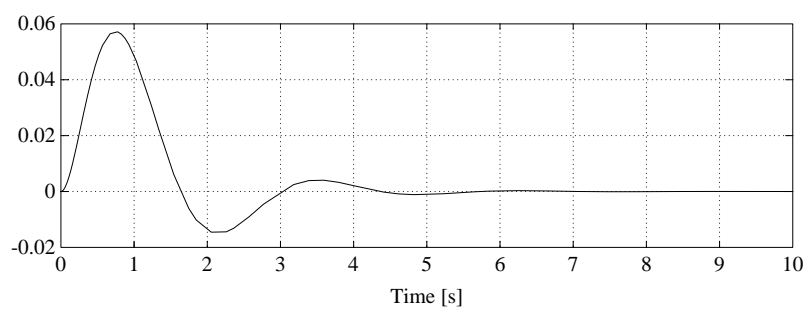
Slika 3.28 : Zgoraj - odziv procesa na motnjo pri $\delta=0.25$;
spodaj - odziv procesa na signal reference pri $\delta=0.25$.

Za primerjavo smo uporabili enak proces, spremenili pa smo hitrost upadanja $\delta=0.1$. Izbrali smo enako vrednost $\alpha=0.1$ in dobili naslednje vrednosti za T_i in T_d :

$$T_i = 0.5017s$$

$$T_d = 0.2967s$$

Rezultata odzivov sta prikazana na sliki 3.27. Tu opazimo dosti večjo hitrost iznihavanja procesa, kot v prejšnjem primeru, kar je posledica manjše vrednosti δ .



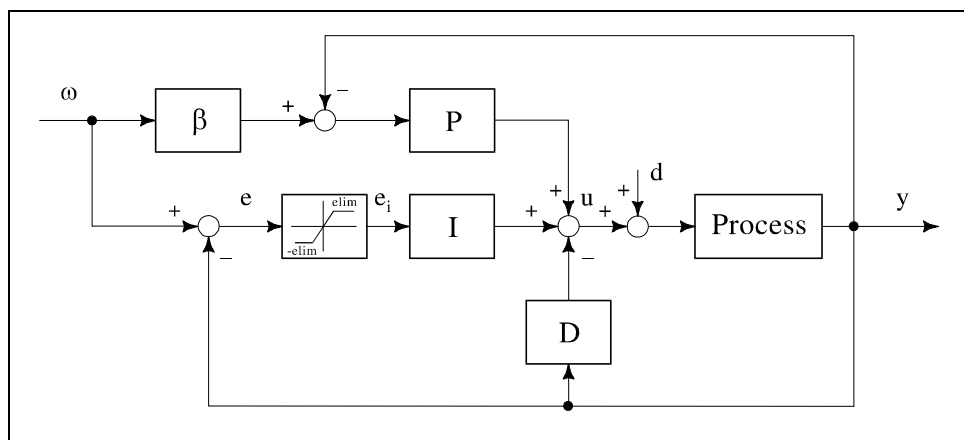
Slika 3.29 : Zgoraj - odziv procesa na motnjo pri $\delta=0.1$;
 spodaj - odziv procesa na signal reference pri $\delta=0.1$.

3.3 Kontrola prevzpona β PIDy regulatorja nastavljenega na regulacijsko delovanje

V predhodnem tekstu smo videli, da se nastavitvena pravila razlikujejo v odvisnosti od tega, ali želimo regulator nastaviti za sledilno delovanje, ali pa za regulacijsko delovanje. Ponavadi primerna nastavitvev za sledilno delovanje nezadovoljivo odpravlja motnje v procesu, hkrati pa nastavitvev za regulacijsko delovanje ponavadi povzroča precejšnje prevzpone na izhodu iz procesa ob stopničasti spremembi signala reference. To je dokaj dobro vidno na slikah 3.28 in 3.29, kjer znašata prevzpona približno 50% ($\sigma=0.5$). Iz enačbe 3.16 na strani 19 lahko vidimo, da faktor β vpliva na signal reference, hkrati pa ne vpliva na signal izhoda iz procesa. Tako ga lahko uporabimo za zmanjševanje prevzpona pri regulatorju nastavljenemu za regulacijsko delovanje, kar je tudi osnovna funkcija faktorja β [1,3].

Prav tako, kot faktor β , lahko uporabimo tudi limiter na vhodu v integracijski člen regulatorja in s tem zmanjšamo prevzpon na izhodu iz procesa. Pri limiterju pa moramo biti previdni, ker lahko premajhna vrednost limit povzroči, da bo tudi signal regulacijskega pogreška, pri regulaciji motnje, limitiran.

Oba načina za zmanjševanje prevzpona (faktor β in limiter na vhodu v integracijski člen regulatorja) prikazuje slika 3.30.

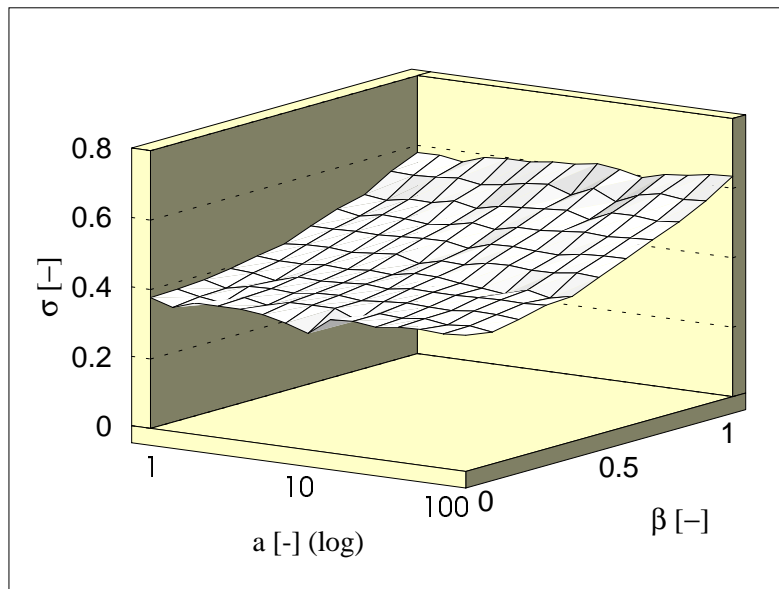


Slika 3.30 : Prikaz β PIDy regulatorja z dodatkom limiterja na vhodu v integracijski člen.

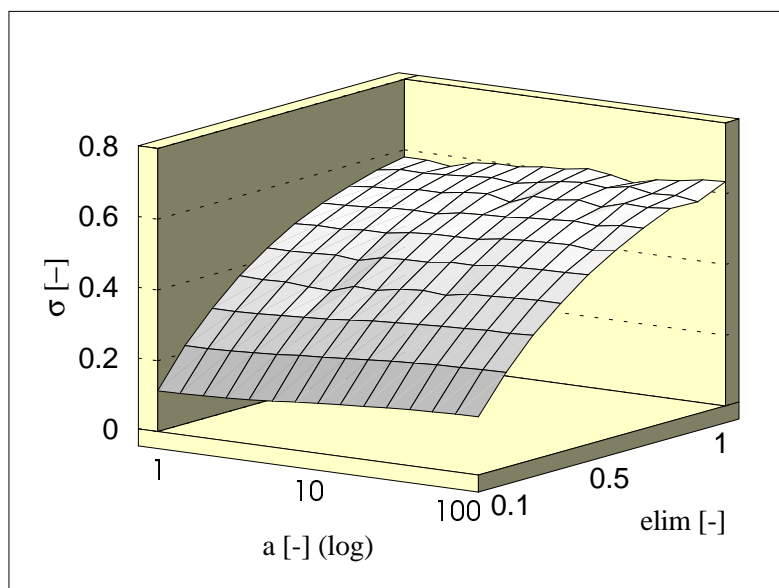
Limiter pred integratorjem deluje tako, da v primeru, če je regulacijski pogrešek (e) absolutno večji od e_{lim} , ga limiter omeji:

$$e_i = \begin{cases} e; & -e_{\text{lim}} < e < e_{\text{lim}} \\ e_{\text{lim}}; & e > e_{\text{lim}} \\ -e_{\text{lim}}; & e < -e_{\text{lim}} \end{cases}$$

Vpliv faktorja β in limiterja, na prevzpon na izhodu iz procesa, kažeta sliki 3.31 in 3.32.

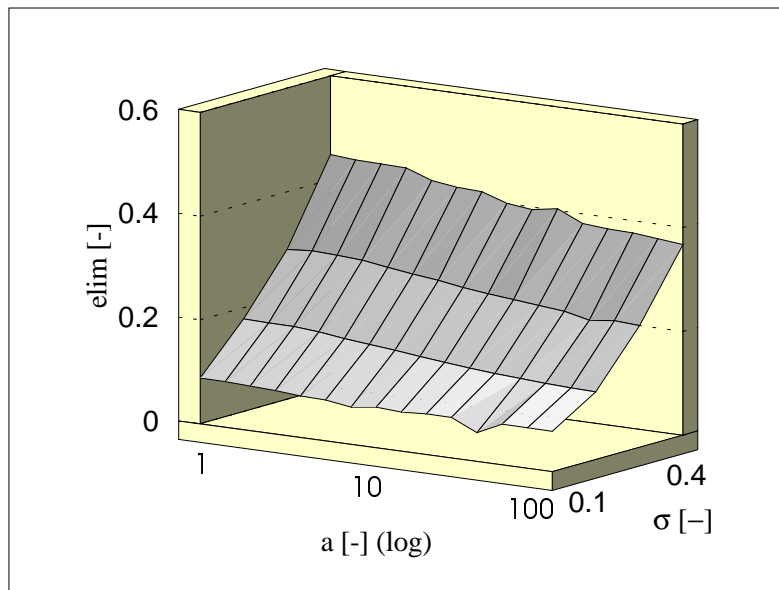


Slika 3.31 : Odvisnost prevzpona σ od razmerja $a=T_1/T_2$ in faktorja β pri $T_1=1s$, K_p določenem z ZN pravili, T_i in T_d pa za $\delta=0.25$ in $\alpha=0.1$.

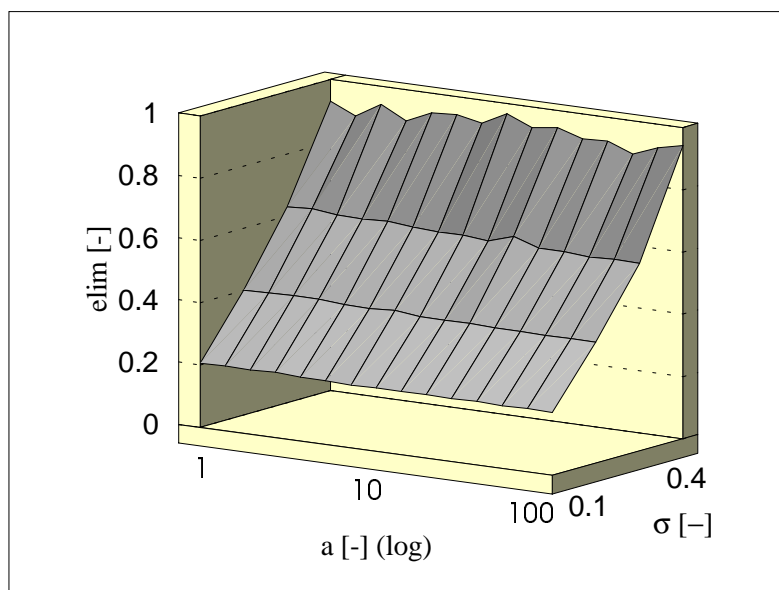


Slika 3.32 : Odvisnost prevzpona σ od razmerja $a=T_1/T_2$ in amplitude limiterja e_{lim} pri $T_1=1s$, K_p določenem z ZN pravili, T_i in T_d pa za $\delta=0.25$ in $\alpha=0.1$.

Iz slik je razvidno, da je zmanjšanje prevzpona na izhodu iz procesa večje pri uporabi faktorja β v območju 0,5..1 in faktorja e_{lim} pri vrednostih manjših od 0,5. Ker pri uporabi faktorja β ne moremo reducirati prevzpona na manj kot 40% ($\sigma=0.4$), v praksi pa pogosto želimo manjše prevzpone, smo se odločili, da izračunamo faktorje e_{lim} za dosego 10%, 20%, 30% in 40% prevzpona pri hitrosti upadanja $\delta=0.25$ in vrednostih $\beta=1$ in $\beta=0$. Rezultate prikazujeta sliki 3.33 in 3.34.



Slika 3.33 : Vrednost limiterja e_{lim} pri faktorju $\beta=1$ in $\delta=0.5$ v odvisnosti od razmerja $a=T_1/T_2$ in želenega prevzpona σ .



Slika 3.34 : Vrednost limiterja e_{lim} pri faktorju $\beta=0$ in $\delta=0.5$ v odvisnosti od razmerja $a=T_1/T_2$ in želenega prevzpona σ .

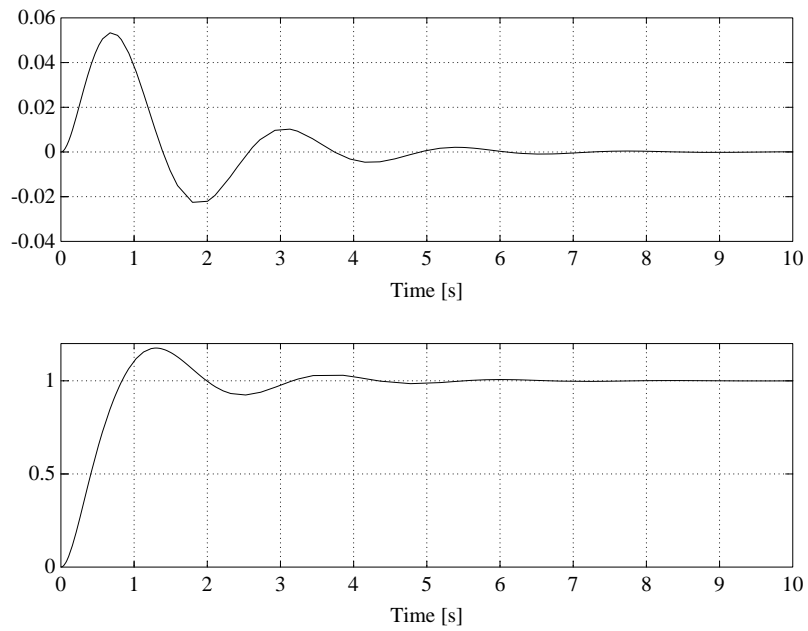
Za praktično nastavitvev so podane povprečne vrednosti faktorja e_{lim} pri $\beta=1$ in $\beta=0$ za zelene prevzpone 10% do 40% ($\sigma=0,1..0,4$) v tabeli 3.1.

Prevzpon (σ)	$\beta=1$	$\beta=0$
0.1	0.078	0.204
0.2	0.154	0.396
0.3	0.263	0.618
0.4	0.408	0.928

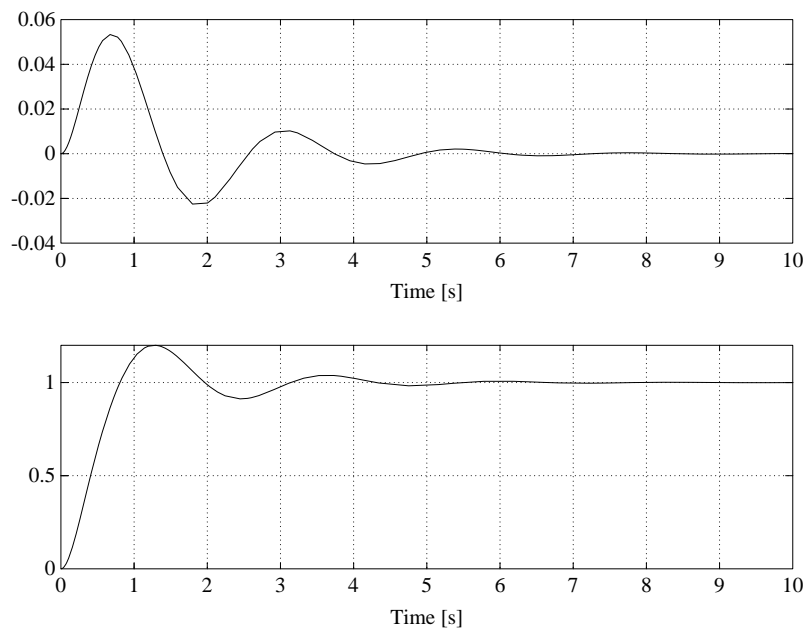
Tabela 3.1 : Povprečna vrednost vrednosti e_{lim} v odvisnosti od faktorja β in želenega prevzpona σ .

Vrednosti na slikah 3.32 do 3.34 ter v tabeli 3.1 veljajo samo za spremembo signala reference enako enotini stopnici. Vrednosti v tabeli 3.1 se morajo množiti z amplitudo stopnice signala reference.

Primer na sliki 3.35 kaže odziv procesa prikazanega na sliki 3.28 (stran 39) pri želenem prevzponu procesa 20% in $\beta=1$ pri spremembi signala reference enako enotini stopnici. Opazimo, da ni spremembe v regulaciji motnje (zgoraj), da pa občutno zmanjšamo prevzpon pri spremembi reference (spodaj). Prevzpon ni točno 20%, ker smo uporabili vrednost e_{lim} iz tabele 3.1 ($e_{lim}=0.154$), ki kaže le povprečne vrednosti za koeficient a v območju od 1 do 100. Če uporabimo točno vrednost $e_{lim}=0.178$ (iz slike 3.33), dobimo odziv, prikazan na sliki 3.36. Sedaj je vrednost prevzpona natančno 20%.



Slika 3.35 : Zgoraj - odziv procesa s slike 3.28 pri uporabi $\beta=1$ in $e_{lim}=0.154$ (iz tabele 3.1); spodaj - odziv procesa na signal reference.



Slika 3.36 : Zgoraj - odziv procesa s slike 3.28 pri uporabi $\beta=1$ in $e_{lim}=0.178$ (iz slike 3.33); spodaj - odziv procesa na signal reference.

ZAKLJUČEK

Podana nastavitvena pravila za proces 2. reda podajajo le teoretične osnove za uglaševanje PID in β PIDy regulatorjev, ker ne upoštevajo omejitve, katere pogosto srečujemo v praksi. Omejitve so v *reguliranem procesu*, ki je lahko:

- nelinearen,
- šumen,
- slabo ocenjen (konstanti T_1 in T_2),
- višjega reda,

ali pa v *regulatorju*, kjer imamo lahko težave zaradi:

- implementacije digitalnih algoritmov,
- relativno velikih časov vzorčenja,
- vgrajenih analognih in digitalnih filtrov.

Vpliv nekaj omenjenih omejitvenih faktorjev bo predmet naše nadaljnje analize.

LITERATURA

- [1] K.J.Åström, C.C.Hang, P.Persson, W.K.Ho: *Towards Intelligent PID Control*, Automatica, Vol. 28, No. 1, January 1992.
- [2] K.J.Åström, B. Wittenmark: *Computer Control Systems - Theory and Design*, Prentice Hall, page 182, 1984.
- [3] K.J.Åström, W.K.Ho: *Refinements of the Ziegler-Nichols tuning formula*, IEE proceedings-D, Vol. 138, No. 2, March 1991, pp. 111-118.
- [4] T.B.Kinney: *Tuning Process Controllers*, Chemical Engineering, September 19, 1983.