

Nastavljanje multivariabilnih PI regulatorjev z uporabo metode večkratne integracije

Damir Vrančič in Rihard Karba *

Institut Jožef Stefan, Jamova 39, 1000 Ljubljana, Slovenija

tel.: 061-1773-732, FAX: 061-219-385, e-mail: damir.vrancic@ijs.si; <http://www-e2.ijs.si/Damir.Vrancic>

*Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška 25, 1000 Ljubljana, Slovenija
tel.: 061-1768-311, FAX: 061-1264-631

MIMO PI controller tuning based on multiple integration approach

A new tuning approach for MIMO PI controllers is presented. The new approach is based on the new SISO PI controller tuning method, which uses the multiple integration approach to find PI controller parameters. The MIMO PI controller is then simply calculated by using the obtained SISO PI controllers. Only open-loop process step responses are required for calculating the appropriate MIMO PI controller. The new tuning method is compared to several other MIMO PI tuning approaches, and it is shown that the method gives very good closed-loop responses. Two examples are included.

1. Uvod

Postopek nastavljanja multivariabilnih (MIMO) regulatorjev ponavadi poteka na naslednji način: najprej je potrebno ustrezno vzbujati multivariabilni proces ter na osnovi odzivov sistema identificirati matematični model procesa, nato pa na osnovi matematičnega modela procesa izračunati ustrezne parametre multivariabilnega regulatorja. V nekaterih primerih je nato potrebno še dodatno popraviti parametre regulatorja (fine tuning).

V tem delu bi radi pokazali, da se lahko pogosto izognemo zamudnemu opravilu eksplicitne identifikacije modela multivariabilnega procesa.

Predlagan postopek nastavljanja parametrov MIMO PI regulatorjev temelji na Lieslehtovi nastavitveni metodi [4, 5, 9]. Le-ta poteka v dveh korakih. V prvem koraku izračunamo ustrezne univariabilne regulatorje za posamezne pod-procese v matriki prenosnih funkcij procesa, v drugem koraku pa izračunamo ustrezen multivariabilni regulator iz izračunanih univariabilnih (SISO) regulatorjev.

Izkaže se, da je možno postopek nastavljanja parametrov univariabilnih (SISO) PI regulatorjev močno poenostaviti z uporabo novega nastavitvenega postopka za PI regulatorje [8], ki temelji na postopku večkratnih integracij (momentov) odprotozančnega odziva procesa.

2. Nastavljanje parametrov MIMO PI regulatorja

Podroben postopek nastavljanja parametrov multivariabilnega regulatorja, ki temelji na Lieslehtovi dvokoračni metodi, je podan v [4, 5, 9]. Zaradi pomanjkanja prostora bomo tu podali le osnovne korake načrtovanja MIMO PI regulatorja:

1) Vzemimo naslednjo $n \times n$ matriko prenosnih funkcij multivariabilnega procesa:

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \cdots & g_{1n}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & \cdots & g_{2n}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{n1}(s) & g_{n2}(s) & \cdots & g_{nm}(s) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

2) Nastavimo PI regulator

$$c_{ij}(s) = k_{p_{ij}} + \frac{k_{i_{ij}}}{sT_{i_{ij}}} = k_{p_{ij}} + \frac{k_{i_{ij}}}{s} \quad (2)$$

za vsak podproces $g_j(s)$ posebej, tako da

$$g_{i1}(s)c_{i1}(s) = g_{i2}(s)c_{i2}(s) = \dots = g_{in}(s)c_{im}(s) = g_{OL_i}(s) \quad \forall i, \quad (3)$$

kjer so $g_{OL_i}(s)$ zelena odprotozančna prenosna funkcija [4, 5], k_p ojačenje, in T_i integrirna časovna konstanta PI regulatorja.

3) Izračunamo MIMO PI regulator tako, da

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s}, \quad (4)$$

$$\text{kjer } K_p = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ k_{p_{11}} & \dots & k_{p_{1n}} \\ \vdots & & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \\ k_{p_{n1}} & \dots & k_{p_{nn}} \end{bmatrix}^{-1} \quad K_I = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ k_{I_{11}} & \dots & k_{I_{1n}} \\ \vdots & & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \\ k_{I_{n1}} & \dots & k_{I_{nn}} \end{bmatrix}^{-1}. \quad (5)$$

Na osnovi podanih korakov načrtovanja lahko pričakujemo nekaj težav pri uporabi izvirne Lieslehtove metode na realnih procesih. Prva težava je prav gotovo potreba po eksplicitni identifikaciji modela procesa $G(s)$, kot tudi a-priori definicija odprtozančne prenosne funkcije $g_{OL}(s)$ (3). Druga težava je prav gotovo ta, da lahko enačbo (3) izpolnimo samo z uporabo regulatorja z dovolj visokim redom prenosne funkcije, v praksi pa so najbolj uporabljeni prav MIMO PI regulatorji.

Naštetim težavam smo se poizkušali izogniti z uporabo novega nastavitvenega postopka za SISO PI regulatorje [8], ki temelji na metodi večkratnih integracij.

3. Nastavljanje SISO PI regulatorjev

Namesto nastavljanja parametrov SISO PI regulatorjev na osnovi identificiranega modela prenosne funkcije procesa predlagamo nov nastavitveni postopek. Le-ta zahteva samo odprtozančen odziv procesa na stopničast vhodni signal, čeprav temelji nastavitven postopek na relativno zahtevnem frekvenčnem kriteriju amplitudne optimalnosti [1, 2, 7].

Nastavitven postopek za SISO PI regulator bomo podali za procese, ki jih lahko opišemo z naslednjo prenosno funkcijo:

$$g(s) = K_{PR} \frac{1 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3 + \dots + b_ms^m}{1 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + \dots + a_ns^n} e^{-sT_{delay}}, \quad (6)$$

kjer so K_{PR} statično ojačenje, T_{delay} čista zakasnitev, a_1 do a_n , ter b_1 do b_m pa dinamični parametri procesa.

Cilj nastavitvene metode je poiskati takšen regulator, da bo ojačenje zaprte zanke od reference do izhoda iz procesa enako ena v čim širšem frekvenčnem pasu [1, 2, 7]. Takšen nastavitveni cilj je poznan kot "amplitudni optimum" oz. "modulus optimum", "Betrags optimum" [1] in "magnitude optimum" [7] v tuji literaturi.

Da zadovoljimo kriterijem amplitudnega optimuma pri uporabi PI regulatorja, moramo identificirati naslednje parametre procesa (6): K_{PR} , a_1 , a_2 , a_3 , b_1 , b_2 , b_3 in T_{delay} [8], temu pa se lahko izognemo z uporabo postopka večkratnih integracij [8].

Z pomočjo postopka večkratnih integracij in z upoštevanjem prenosne funkcije procesa (6), lahko izrazimo naslednje tri površine [8]:

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_0^{\infty} (K_{PR} - y(t)) dt & A_2 &= \int_0^{\infty} (A_1 - y_1(t)) dt \\ A_3 &= \int_0^{\infty} (A_2 - y_2(t)) dt \end{aligned}, \quad (7)$$

kjer je $y(t)$ odprtozančni odziv procesa na enotin stopničast signal na vходу v proces, ter

$$y_1(t) = \int_0^t (K_{PR} - y(\tau)) d\tau \quad y_2(t) = \int_0^t (A_1 - y_1(\tau)) d\tau. \quad (8)$$

Parametre PI regulatorja lahko nato izračunamo na naslednji način [8]:

$$k_p = \frac{T_i}{2[A_1 - T_i K_{PR}]} \quad T_i = \frac{A_3}{A_2}. \quad (9)$$

Opazimo lahko, da potrebujemo za izračun parametrov PI regulatorja samo vrednosti površin A_1 , A_2 in A_3 ter statičnega ojačenja procesa K_{PR} . Površine lahko izračunamo iz odprtozančnega odziva procesa na stopničasto spremembo vhodnega signala z uporabo enostavne numerične integracije, tako kot je podano v izrazih (7) in (8), statično ojačenje procesa pa lahko izračunamo iz velikosti signalov procesa v ustaljenem stanju.

V nekaterih primerih, ko je proces dominantno prvega reda, lahko postane izračunano ojačenje PI regulatorja k_p (9) zelo visoko. V tovrstnih primerih moramo statično ojačenje postaviti na ustrezno nižjo vrednost tako, da pričakovane spremembe reference oz. motnje v procesu ne bodo povzročale pogostih zasičenj krmilnih signalov. V tem primeru izračunamo integrirno časovno konstanto regulatorja T_i iz izraza (9):

$$T_i = \frac{A_1}{K_{PR} \left[1 + \frac{1}{2k_p K_{PR}} \right]} \quad (10)$$

Izkaže se, da ob uporabi PI regulatorja, ki smo ga načrtali iz enačb (9) oz. (10) za proces (6), dobimo podobne odprtozančne frekvenčne odzive sistema [8]. Dodatno uskladitev odprtozančnih ojačenj sistema $|g(j\omega)c(j\omega)|$ v isti vrstici matrice, tako kot ga zahteva izraz (3), pa dosežemo s popravki parametrov regulatorja. S pomočjo izrazov (6) in (2) lahko izračunamo, da je pri nizkih frekvencah odprtozančno ojačenje sorazmerno produktu $k_i K_{PR}$, kjer $k_i = k_p / T_i$. Potemtakem, skladno z izrazom (3) velja:

$$k_{I_{i1}} K_{PR_{i1}} = k_{I_{i2}} K_{PR_{i2}} = \dots = k_{I_{im}} K_{PR_{im}} \quad \forall i. \quad (11)$$

Da zadostimo izrazu (11), najprej izračunamo najnižje odprtozančno ojačenje v vsaki vrstici:

$$K_{i_{\min}} = \min_{j=1..n} (k_{I_{ij}} K_{PR_{ij}}) \quad \forall i, \quad (12)$$

nato pa ustrezno prilagodimo ojačenja integrirnih členov:

$$k_{I_{ij}} = \frac{K_{i_{\min}}}{K_{PR_{ij}}} \quad \forall i, j. \quad (13)$$

Proporcionalno ojačenje PI regulatorja (k_p) nato ustrezno prilagodimo, skladno z izrazom (10):

$$k_{P_{ij}} = \frac{k_{I_{ij}} A_{ij} - 0.5}{K_{PR_{ij}}}. \quad (14)$$

Tako izračunane parametre SISO PI regulatorjev lahko nato uporabimo za izračun MIMO PI regulatorja (5).

Izračun MIMO PI regulatorja potemtakem poteka na naslednji način: Najprej povzročimo stopničasto spremembo signala na i -tem procesnem vhodu ter izmerimo odzive vseh procesnih izhodov. Tako dobimo odzive pod-procesov $g_{1i}, g_{2i}, \dots, g_{ni}$. Postopek ponovimo za $i = 1..n$. Po tem izračunamo statično ojačenje pod-procesov $K_{PR_{ij}}$ ter velikosti treh površin (A_{1ij}, A_{2ij} in A_{3ij}) s pomočjo numerične integracije, skladno z izrazoma (7) in (8). Začetne parametre SISO PI regulatorjev lahko nato izračunamo z izrazom (9) (oz. (10), če k_p fiksiramo na ustrezno nižjo vrednost). Po tem poiščemo $K_{i_{\min}}$ (12) in prilagodimo izračunane parametre SISO PI regulatorjev skladno z izrazoma (13) in (14). Na koncu izračunamo MIMO PI regulator s pomočjo izraza (5).

4. Simulacijski primeri

Potek izračuna parametrov MIMO PI regulatorja bomo prikazali na dveh simulacijskih primerih. Prvi primer prikazuje model multivariabilnega procesa, ki sta ga uporabila Menani in Koivo [6]:

$$G_P(s) = \frac{1}{(1+0.1s)(1+0.2s)^2} \begin{bmatrix} \frac{0.5}{1+0.1s} & -1 \\ 1 & \frac{2.4}{1+0.5s} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Skladno z zgoraj podanim postopkom nastavljanja regulatorja, najprej povzročimo stopničasti spremembi signala na vhodu v proces (najprej na prvem vhodu, nato pa še na drugem).

Iz stopničastih odzivov izmerimo statična ojačenja pod-procesov iz signalov v ustaljenih stanjih: $K_{PR_{11}}=0.5$, $K_{PR_{12}}=-1$, $K_{PR_{21}}=1$, $K_{PR_{22}}=2.4$. Površine A_1 do A_3 nato izračunamo iz stopničastega odziva vseh pod-procesov z uporabo numerične integracije, tako kot je podano v poglavju 3 oz. v literaturi [8]. Izračunane velikosti površin so naslednje: za g_{11} : $A_1=0.3$, $A_2=0.115$, $A_3=0.036$, za g_{12} : $A_1=-0.5$, $A_2=-0.17$, $A_3=-0.049$, za g_{21} :

$A_1=0.5$, $A_2=0.17$, $A_3=0.049$, in za g_{22} : $A_1=2.4$, $A_2=1.608$, $A_3=0.9216$.

Na osnovi izmerjenih statičnih ojačenj in površin pod-procesov izračunamo parametre SISO PI regulatorjev s pomočjo izraza (9):

$$\begin{aligned} k_{P_{11}} &= 1.091, k_{P_{12}} = -0.681, k_{P_{21}} = 0.681, k_{P_{22}} = 0.28 \\ k_{I_{11}} &= 3.485, k_{I_{12}} = -2.365, k_{I_{21}} = 2.365, k_{I_{22}} = 0.488 \end{aligned} \quad (16)$$

kjer $k_I = k_p/T_i$. Da zadovoljimo pogojem enačbe (3), moramo ustrezno spremeniti parametre izračunanih PI regulatorjev, tako kot je podano z izrazi (12) do (14):

$$K_{1_{\min}} = 1.742, K_{2_{\min}} = 1.171 \quad (17)$$

$$\begin{aligned} k_{P_{11}} &= 1.091, k_{P_{12}} = -0.371, k_{P_{21}} = 0.0855, k_{P_{22}} = 0.28 \\ k_{I_{11}} &= 3.486, k_{I_{12}} = -1.742, k_{I_{21}} = 1.171, k_{I_{22}} = 0.49 \end{aligned} \quad (18)$$

Parametre MIMO PI regulatorja nato izračunamo s pomočjo izraza (5):

$$K_P = \begin{bmatrix} 0.103 & 0.0776 \\ -0.336 & 0.0264 \end{bmatrix} \quad K_I = \begin{bmatrix} 1.901 & 0.532 \\ -0.792 & 0.2662 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Zaprtozračni odzivi sistema na spremembe reference so prikazani na sliki 1. Odzive smo primerjali s tistimi, ki sta jih dobila Menani in Koivo [6] pri uporabi naslednjega MIMO PI regulatorja:

$$K_P = \begin{bmatrix} 0.063 & 0.18 \\ -0.078 & 0.079 \end{bmatrix} \quad K_I = \begin{bmatrix} 0.77 & 0.315 \\ -0.315 & 0.161 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Regulator (20) je bil nastavljen na osnovi metode Maciejowskega, model procesa pa je bil ocenjen na osnovi relejne metode identifikacije [6].

Kot je razvidno iz slike 1, daje predlagani MIMO PI regulator (19) boljše odzive od regulatorja nastavljenega po izrazu (20).

Naslednji zgled prikazuje model destilacijske kolone, ki so jo uporabili Ho in ostali [3] ter Lieslehto [5]:

$$G_P(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{1+16.7s} & \frac{-18.9e^{-3s}}{1+21s} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{1+10.9s} & \frac{-19.4e^{-3s}}{1+14.4s} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Skladno s postopkom podanimi v prejšnjem primeru, izračunamo naslednje parametre MIMO PI regulatorja:

$$K_P = \begin{bmatrix} 0.289 & -0.0635 \\ 0.094 & -0.0614 \end{bmatrix} \quad K_I = \begin{bmatrix} 0.0262 & -0.0114 \\ 0.00893 & -0.00768 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Rezultat (22) smo primerjali z nastavitvami, ki so jih dobili Ho in ostali [3] ter Lieslehto [5]. Regulator, ki so ga dobili Ho in ostali je bil diagonalen PI regulator, ki je bil izračunan na osnovi specificiranega faznega in amplitudnega razločka. Model procesa so dobili na

osnovi identifikacije po metodi najmanjših kvadratov. Predlagani diagonalni PI regulator je bil naslednji:

$$K_p = \begin{bmatrix} 0.57 & 0 \\ 0 & -0.11 \end{bmatrix} \quad K_I = \begin{bmatrix} 0.0275 & 0 \\ 0 & -0.0085 \end{bmatrix} \quad (23)$$

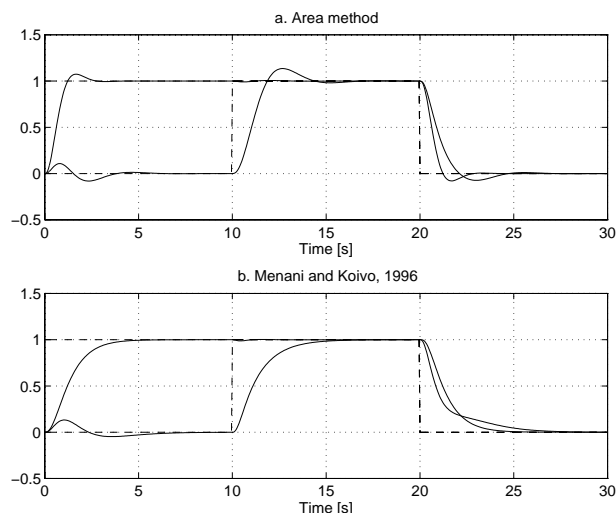


Fig. 1. Zaprtzančni odzivi procesa pri uporabi predlagane nastavitve MIMO PI regulatorja (zgornja slika), ter nastavitvev, ki sta jih uporabila Menani in Koivo [6] (spodnja slika); $_$ izhod procesa, $--$ referenca

Lieslehto [5] je predlagal naslednje parametre MIMO PI regulatorja:

$$K_p = \begin{bmatrix} 0.1944 & -0.1785 \\ 0.073 & -0.1581 \end{bmatrix} \quad K_I = \begin{bmatrix} 0.0131 & -0.017 \\ 0.0045 & -0.0115 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

glede na ocenjen model procesa prvega reda.

Zaprtzančni odzivi pri uporabi vseh treh regulatorjev so prikazani na sliki 2. Ponovno je razvidno, da daje predlagani regulator (22) precej dober odziv, ki ga lahko primerjamo z odzivom regulatorja (24), ki sicer daje hitrejši odziv drugega izhoda procesa, vendar pa počasnejši odziv prvega izhoda. Pri uporabi regulatorja (23) je odziv procesa najhitrejši, vendar pa precej bolj oscilatoren, razstavljanje sistema pa je tudi dosti slabše.

5. Zaključek

Predlagana metoda nastavljanja MIMO PI regulatorjev je zelo enostavna. Za izračun parametrov regulatorja potrebujemo le odprtzančen odziv procesa na stopničasto vhodno vzbujanje. Kljub temu kažejo rezultati simulacij precej dobre odzive, ki so primerljivi z nekaterimi znanimi metodami nastavljanja, ki temeljijo na bolj zahtevnih metodah identifikacije procesa (npr. na vzbujanju procesa z rejem).

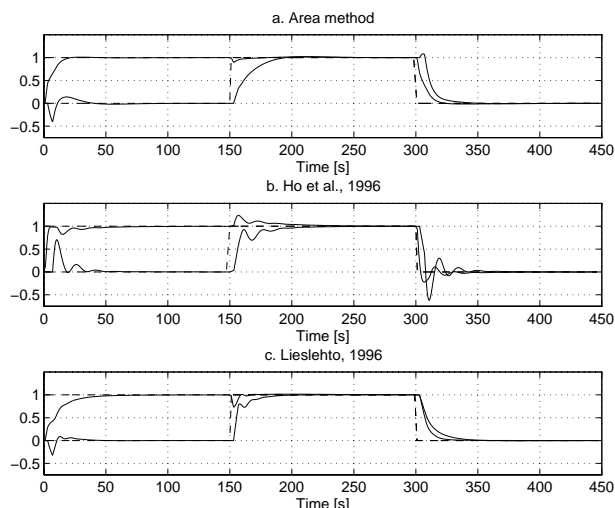


Fig. 2. Zaprtzančni odzivi procesa pri uporabi predlagane nastavitve MIMO PI regulatorja (zgornja slika), nastavitvev, ki so jih uporabili Ho in ostali [3] (srednja slika), ter nastavitvev, ki jih je uporabil Lieslehto [5] (spodnja slika); $_$ izhod procesa, $--$ referenca

Literatura

- [1] K. J. Åström, and T. Hägglund, "PID Controllers: Theory, Design, and Tuning", Instrument Society of America, 2nd edition, 1995.
- [2] R. Hanus, "Determination of controllers parameters in the frequency domain", Journal A, Vol. XVI, No. 3, pp. 128-132, 1975.
- [3] W. K. Ho, T. H. Lee, and O. P. Gan, "Tuning of Multiloop PID Controllers Based on Gain and Phase Margin Specifications". IFAC 13th Triennial World Congress, San Francisco, Vol. M, pp. 211-216, 1996.
- [4] J. Lieslehto, J. T. Tantt, and H. N. Koivo, "An Expert System for Multivariable Controller Design". Automatica, Vol. 29, No. 4, pp. 953-968, 1993.
- [5] J. Lieslehto, "MIMO Controller Design Using SISO Controller Design Methods". IFAC 13th Triennial World Congress, San Francisco, Vol. C, pp. 169-173, 1996.
- [6] S. Menani, and H. N. Koivo, "Relay Tuning of Multivariable PI Controllers". IFAC 13th Triennial World Congress, San Francisco, Vol. K, pp. 139-144, 1996.
- [7] J. W. Umland, and M. Safiuddin, "Magnitude and Symetric Optimum Criterion for the Design of Linear Control Systems: What Is It and How Does It Compare with the Others?", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 26, No. 3, pp. 489-497, 1990.
- [8] D. Vrančić, Y. Peng, and S. Strmčnik, "Tuning of PI controllers based on the multiple integration approach", 5. Elektrotehniška in računalniška konferenca ERK'96, Zvezek A, str. 175-178, 1996.
- [9] M. Zec, "Metode nastavljanja multivariabilnih regulatorjev", 3. Elektrotehniška in računalniška konferenca ERK'94, Portorož, Zbornik A, str. 277-280, 1994.